

Betrachtung von Strömung und Wärmeübergang in komplexen Geometrien

Von der Fakultät für Maschinenbau
der Technischen Universität Carolo–Wilhelmina zu Braunschweig

zur Erlangung der Würde

eines Doktor–Ingenieurs (Dr.–Ing.)

genehmigte Dissertation

von: Dipl.–Phys. Ulf Ahrend

aus: Walsrode

eingereicht am: 7. November 2008

mündliche Prüfung am: 17. März 2009

Referenten: Prof. Dr.–Ing. Jürgen Köhler

Prof. Dr.–Ing. Bernhard Weigand

Vorsitzender: Prof. Dr.–Ing. Martin Mönningmann

2009

Vorwort

Diese Arbeit ist während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Thermodynamik der TU Braunschweig entstanden. In großen Teilen wurde die Arbeit von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) als Teil des Verbundprojektes „Wärmeübergang in komplexen Strukturen“ finanziell unterstützt.

Bei Prof. Dr.–Ing. Jürgen Köhler möchte ich mich für die Übernahme der Betreuung und sein großes Vertrauen in meine Arbeit bedanken, das mir viel wissenschaftlichen Freiraum geboten hat. Durch seine Kontakte ließ sich sehr unkompliziert ein Forschungsaufenthalt in den USA realisieren, der mir als eine der produktivsten Phasen dieser Arbeit in guter Erinnerung bleiben wird. Herrn Prof. Dr.–Ing. Bernhard Weigand bin ich für die Übernahme des Koreferats zu Dank verpflichtet.

Die positive Atmosphäre am IfT und der enge Kontakt zu meinen Mitstreitern auch außerhalb der Universität stellten eine große Motivationsquelle dar und haben die Arbeit sehr erleichtert. Zu den positiven Erfahrungen zählten auch die zahlreichen guten Ideen und engagierte Mitarbeit meiner Studienarbeiterinnen und Studienarbeiter sowie HiWis, ohne die viele der experimentellen Daten nicht zur Verfügung gestanden hätten.

In der Endphase haben viele aufmerksame Leser die Arbeit kontrolliert und wertvolle Anregungen gegeben, wofür ich sehr dankbar bin. Die größte Hilfe in angespannteren Phasen und der entscheidende Ansporn zur Vollendung der Arbeit war schließlich meine Freundin Angelika.

Nicht zuletzt möchte ich mich bei meinen Eltern bedanken, die mir die Ausbildung ermöglicht haben, die nun mit dieser Dissertation ihren Abschluss findet.

Kurzfassung

In der vorliegenden Arbeit wird detailliert das Zusammenwirken von Sekundärströmungsphänomenen mit dem lokalen Wärmeübergang in Kompaktwärmeübertrager-Geometrien untersucht. Exemplarisch wird ein Rohrbündel-Wärmeübertrager mit ebenen Lamellen und ein neuartiger Flachrohr-Wärmeübertrager mit verkippten Flachrohren betrachtet.

Die Strömungsmessungen erfolgen mit der planaren „Particle Image Velocimetry“ (PIV), die zweidimensionale Strömungsfelder in einer Ebene liefert. Mit dieser laseroptischen Technik werden Strömungsfelder in Ebenen parallel zu den Lamellen bestimmt. Ein Schwerpunkt liegt auf der wandnahen, räumlich hochaufgelösten Bestimmung der Geschwindigkeiten.

Die Bestimmung des lokalen Wärmeübergangs erfolgt mit einer Stoffübergangs-Messmethode, der Ammoniak-Absorptionsmethode (AAM). Sie erlaubt über die Analogie von Wärme- und Stoffübergang lokal Wärmeübergangskoeffizienten mit einer hohen räumlichen Auflösung zu messen. Da die Methode nicht von Querleitungseffekten beeinträchtigt wird, gestattet sie den reinen konvektiven Beitrag zum lokalen Wärmeübergang zu analysieren.

Die beiden Messmethoden werden für den Einsatz in komplexen Wärmeübertrager-Geometrien modifiziert. Dafür werden beim PIV-System Maßnahmen zur geeigneten Laserlichtschnitt-Generierung und zur Streulichtreduktion getroffen. Für die AAM-Methode wird ein effizientes In-Situ-Kalibrationsverfahren entwickelt und mit Referenzmessungen validiert.

Die Analyse ist auf die Identifizierung von lokalen den Wärmeübergang intensivierenden Strukturen in einem Reynolds-Zahl-Bereich zwischen $Re_{dh} = 3000$ und $Re_{dh} = 6000$ fokussiert. Um auch in den turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen Aussagen über wärmeübergangserhöhende Strukturen treffen zu können, wird die „Proper Orthogonal Decomposition“ implementiert. Sie zerlegt die Geschwindigkeitsfluktuationen in räumliche Basisfunktionen, in denen sich für den Wärmeübergang relevante Strukturen zeigen. Mit einem Derivat dieser Methode, der Gappy-POD, wird gezeigt, dass sie sich dazu eignet, Abschattungen durch Geometrieeinbauten in den instantanen Geschwindigkeitsfeldern zu rekonstruieren.

In der Strömungsuntersuchung wird die abgeleitete Strömungsgröße $\partial w / \partial z$, das Residuum der Kontinuitätsgleichung, als Kriterium etabliert, mit dem auch aus wandparallelen Messungen Aussagen über das Strömungsverhalten in Wandnormalenrichtung getroffen werden können. Über den Vergleich mit einem Wirbelmodell kann der Zusammenhang zwischen der oben genannten, in Wandnähe bestimmten Strömungsgröße und einer lokalen Wärmeübergangserhöhung bzw. -erniedrigung gezeigt werden. Die Aussagen decken

sich mit den von der POD aufgedeckten Strömungsstrukturen in den turbulenten Fluktuationen.

Die Arbeit trägt zu einem tieferen Verständnis des komplexen Zusammenspiels von Sekundärströmungseffekten und dem lokalen Wärmetransport in technisch relevanten Wärmeübertrager-Geometrien bei. Dies ist für eine substanzielle Verbesserung derartiger Geräte unabdingbar und führt letztlich zu einem effizienteren Einsatz und einer ressourcenschonenden Verteilung thermischer Energie.

Abstract

This Ph.D. thesis presents a detailed analysis of the relation and interaction of secondary flow features and the local heat transfer in compact heat exchangers. The studied geometries are a fin-and-tube heat exchanger with plain fins and a novel flat-tube heat exchanger with inclined tubes.

The fluid field is measured by means of the two-dimensional particle image velocimetry (PIV). This laseroptical technique provides the two velocity components in planes parallel to the fins. Particular attention is drawn to the near-wall behavior of the fluid. Therefore, measurements close to the fin and with a high spatial resolution are necessary.

The local heat transfer distribution is determined with a mass transfer technique, the so-called ammonia absorption method (AAM). It applies the analogy of heat and mass transfer to determine the local heat transfer coefficients with a high spatial resolution. This method is very well suited for the measurement of the pure convective contribution to the heat transfer since it is not influenced by lateral heat conduction.

Both measurement schemes are modified to provide reliable data in complex heat exchanger geometries. This requires an optimized design of the light sheet optics and special measures to reduce unfavorable light scattering. An efficient in-situ calibration is developed for the AAM and validated by comparison to reference data.

The main goal of this work is to identify structures that are beneficial to a local heat transfer enhancement. It focuses on the analysis of flows with Reynolds numbers between $Re_{dh} = 3000$ and $Re_{dh} = 6000$. Flow structures that effect the local heat transfer are also sought in the turbulent velocity fluctuations. This is done by means of the proper orthogonal decomposition (POD). It allows an optimal linear decomposition of the fluctuating velocity fields in terms of spatial basis functions. Some of the basis functions reveal spatial structures that are relevant to heat transfer. The so-called Gappy-POD is a modified scheme of the standard POD. It is implemented and applied to reconstruct shadowed regions in the velocity fields. Shadows are caused by certain geometrical elements like refrigerant tubes in the studied heat exchangers and can efficiently be reduced by the named method.

The out-of-plane movement of fluid close to the fin is most important to the heat transfer. It cannot be measured directly by the here applied two-dimensional PIV. Therefore, the flow quantity $\partial W / \partial z$, i.e. the residue of the equation of continuity, is calculated and proven to provide reliable information of the wall-normal flow. In conjunction with a vortex model it can be shown that the near-wall distribution of $\partial W / \partial z$ is closely related to locally enhanced or reduced heat transfer. Results drawn from this comparison are confirmed by flow structures that are found by the POD analysis.

The here presented work fosters a detailed and deep understanding of the interaction of secondary flow phenomena and local heat transfer in complex heat exchangers. The results are necessary for a substantial improvement of the named devices and, consequently, an efficient use and distribution of thermal energy.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	i
Kurzfassung	iii
Abstract	v
1 Einleitung	1
1.1 Technische Relevanz und Notwendigkeit der Untersuchungen	3
1.2 Ziele der Arbeit und Vorgehensweise	5
2 Physikalische Einordnung der Problematik	7
3 Analyse von komplexen Geometrien mit der PIV-Methode	15
3.1 Besondere Anforderungen an die Messtechnik für wandnahe Messungen .	16
3.2 Verbesserung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses	17
3.2.1 Oberflächenbehandlung	17
3.2.2 Erzeugung von angepassten Lichtschnitten	21
3.3 Auswertung und Aufbereitung der Messdaten	23
3.3.1 Berechnung von abgeleiteten Geschwindigkeitsgrößen	24
3.4 Strukturelle Analyse von Strömungsfeldern mit Hilfe der POD	27
3.4.1 Mathematische Notation	28
3.4.2 Theoretische Grundlagen	30
3.4.3 Numerisch effiziente Schnappschuss-Variante	32
3.4.4 Eigenschaften der POD	34
3.5 Die Schattenproblematik in komplexen Geometrien	36
3.5.1 Mehrfachbeleuchtung	36
3.5.2 Die Gappy-POD zur Rekonstruktion von schattenbehafteten Messdaten	38
3.5.3 Anwendungen der Gappy-POD	43
4 Messung des Wärmeübergangs mit der Ammoniak-Absorptionsmethode	45
4.1 Das Messprinzip der Ammoniak-Absorptionsmethode	45
4.2 Messaufbau und Durchführung	46
4.3 Stoffübertragungsvorgänge	50
4.3.1 Analogie zum Wärmeübergang	50

4.4	Entwicklung einer geeigneten Kalibrierung	54
4.5	Vergleich mit der Flüssigkristall-Thermografie	62
5	Ergebnisse der Strömungsanalyse	69
5.1	Rohrbündel-Wärmeübertrager	69
5.1.1	Modell des Wärmeübertragers	69
5.1.2	Zweidimensionales Strömungsfeld in Rohrbündel-Geometrie . .	70
5.1.3	Variation des Wandabstandes	72
5.1.4	Lokale Phänomene im Strömungsfeld	76
5.2	Flachrohr-Wärmeübertrager	82
5.2.1	Modell des Wärmeübertragers	82
5.2.2	Zweidimensionales Strömungsfeld in der Flachrohr-Geometrie .	83
5.2.3	Vergleich mit einer CFD-Simulation	86
5.2.4	Lokale Phänomene im Strömungsfeld	88
5.3	Anwendung der POD in PIV-Messungen	91
5.3.1	Strukturuntersuchungen in komplexen Geometrien	91
5.3.2	Betrachtung der turbulenten Dissipation mit Hilfe der POD	95
5.3.3	Rekonstruktion schattenbehafteter Bereiche	98
6	Resultate der lokalen Wärmeübergangsmessungen	101
6.1	Wärmeübergangsverteilung im Rohrbündel-Wärmeübertrager	101
6.1.1	Globale Wärmeübergangsverteilung	101
6.1.2	Lokale Phänomene	104
6.2	Wärmeübergangsverteilung im Flachrohr-Wärmeübertrager	107
6.2.1	Globale Wärmeübergangsverteilung	107
6.2.2	Lokale Phänomene	110
7	Kombinierte Betrachtung von Strömung und Wärmeübergang	113
7.1	Wärmeübergangsfördernde Strömungsstrukturen im Rohrbündel-Wärme- übertrager	113
7.2	Wärmeübergangsfördernde Strömungsstrukturen im Flachrohr-Wärme- übertrager	118
8	Zusammenfassung und Ausblick	125
8.1	Zusammenfassung der wesentlichen Ergebnisse	125
8.2	Weiterführende Arbeiten	126
	Literaturverzeichnis	129
	Symbol- und Abkürzungsverzeichnis	135

Herleitungen	139
A.1 Ableitung der Schnappschuss-POD-Methode	139
A.2 Herleitung der linearen Gleichung der Entwicklungskoeffizienten	141
A.3 Herleitung der Lösung des linearen Gleichungssystems zur Bestimmung der Entwicklungskoeffizienten in der Gappy-POD	141
Zusätzliche Diagramme und Illustrationen	143
B.4 Gemessenes Transmissionsverhalten des optischen Bandpassfilters	143
B.5 POD-Basisfunktionen Einzelzylinder	144
B.6 POD-Basisfunktionen der Hufeisenwirbel-Messung	147
B.7 POD-Basisfunktionen im Flachrohr-Wärmeübertrager	148
B.8 Relief-Darstellung des Wärmeübergangs im Rohrbündel-Wärmeübertrager	150

1 Einleitung

Die Begriffe Strömung und Wärmeübergang sind eng miteinander verknüpft. Sobald man es mit strömender Materie — hier in der kontinuumsmechanischen Näherung als Fluide bezeichnet — zu tun hat, in denen entweder intern oder extern aufgeprägte Temperaturunterschiede vorhanden sind, kann man beide Phänomene nicht mehr getrennt betrachten.

Auf den ersten Blick und auf Grundlage einer rudimentären makroskopischen physikalischen Betrachtungsweise erscheinen beide Phänomene recht unterschiedlich, obwohl sie letztlich auf mikroskopischen Skalen gar nicht so verschieden sind: Im Fall der Strömung werden in einem dynamischen Prozess Fluidpakete transportiert. Makroskopisch betrachtet, zeichnet sich dieser durch eine gewisse Vorzugsrichtung aus, in die sich der Stoff im Mittel bewegt. Der Wärmeübergang oder Wärmetransport hingegen ist die Diffusion oder Ausbreitung von ungeordneter Molekülbewegung, er ist also komplett stochastisch.

Im ersten Fall wird letztlich Masse und damit kinetische bzw. mechanische Energie transportiert. Im zweiten Fall ist es die thermische Energie. Wie schon angedeutet, ist die Ausbreitung thermischer Energie eng mit dem Begriff der Brownschen Molekularbewegung verbunden. Auf der mikroskopischen Ebene handelt es sich also auch um eine Bewegung von Masse und damit um nichts fundamental Anderes im Vergleich zur makroskopischen Fluidbewegung. Spätestens seit Julius Robert Mayer (1814 - 1878) ist klar, dass mechanische Energie und Wärme äquivalent sind [1] und damit auch die Wärme mechanisch erklärbar wird. In der kinetischen Gastheorie z.B. wird deshalb die Temperatur über die mittlere kinetische Energie von Gasatomen erklärt.

Auf makroskopischer Ebene führt in einer Strömung die Mittelung der Geschwindigkeiten über größere Volumina, d.h. viele Moleküle, dazu, dass die geordnete Bewegung dominant erscheint. Bei Raumtemperatur ist jedoch die Brownsche Molekülgeschwindigkeit in der Regel deutlich größer als typische Strömungsgeschwindigkeiten.

Spätestens bei der Erwähnung des Begriffes Mittelung wird deutlich, dass die Beschreibung von Strömung und Wärmeübertragung von der Festlegung der Größenskala geprägt ist, auf der man beide Phänomene beschreiben möchte.

Wegen ihrer weitreichenden Anwendbarkeit hat sich die Kontinuumsmechanik als Theorie zur Beschreibung beider Vorgänge etabliert und wird oft stillschweigend vorausgesetzt. Bei Anwendung der Kontinuumsmechanik wird automatisch die Größenskala festgelegt, d.h. die Länge, bis zu der dynamische Vorgänge räumlich aufgelöst werden. Per Definition enthält in der Kontinuumsmechanik selbst eine infinitesimale Umgebung um einen Raumpunkt im Kontinuum noch unendlich viele Punkte. Die Brownsche Molekularbewegung fällt dieser künstlichen Mittelung zum Opfer. Stattdessen müssen makro-

skopische Größen eingeführt werden, wie die Temperatur und Stoffeigenschaften (z.B. die Viskosität).

Eine solche kontinuumsmechanische Beschreibung hat sich allerdings bewährt, und nicht zuletzt die Temperatur ist auch im Alltagsleben eine allgegenwärtige physikalische Größe. Der mikroskopische Hintergrund macht aber deutlich, wie eng Strömung und Wärmeübergang verknüpft sind. Dies wird insbesondere klar, wenn es sich um eine turbulente Bewegung handelt. Diese zeichnet sich unter anderem dadurch aus, dass wirbelartige Fluidbewegungen über viele Längenskalen zerfallen. Grob gesprochen, geht kinetische Energie aus großskaligen Wirbeln auf immer kleinere über, bis schließlich die Energie durch Viskosität dissipiert wird und fortan als thermische Energie im Fluid verbleibt. Der Zusammenhang zwischen thermischer und kinetischer Energie ist hier also offensichtlich. Man spricht in diesem Fall von einer strömungsinduzierten Temperaturänderung.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich primär mit extern aufgeprägten Temperaturänderungen. Das sind Situationen, in denen mittels eines strömenden Fluids Wärme zwischen verschiedenen Orten übertragen werden soll, z.B. in einem Wärmeübertrager. Die vorangestellten Bemerkungen gelten hier natürlich weiterhin, und es sollte deshalb im Sinne von überlagerten Bewegungen nachvollziehbar sein, dass eine quasi regelmäßige oder „kontinuumsmechanisch“ gemittelte Strömung Wärme bzw. Temperaturunterschiede transportieren kann. Ganz allgemein wird der Transport von Wärme durch Fluidbewegung auch als Advektion bezeichnet.

Für die Auslegung von Wärmeübertragern ist zunächst interessant, wie viel Wärme pro Zeiteinheit mit einem gegebenen Gerät übertragen werden kann. Die Wärmeübertragung findet dabei in der Regel an einer Grenzfläche statt. Dies kann z.B. eine kalte metallische Wand sein, an der ein wärmeres Fluid vorbeiströmt. Ein Maß für die Wärmeübertragungsfähigkeit ist in diesem speziellen Fall der sogenannte Wärmeübergangskoeffizient. Er gibt an, wie viel Wärme pro Zeiteinheit und Fläche bei einer festen, extern aufgeprägten Temperaturdifferenz — zwischen Fluid und Wand — übertragen werden kann. Diese Bewertungsgröße sagt allerdings nichts über den eigentlichen Transportprozess aus.

Wird Wärme vom Fluid in Richtung Wand übertragen, ist dies im Wesentlichen auf die Bewegung des Fluids zurückzuführen. Die Strömung bestimmt also maßgeblich den Transport von Wärme und damit auch den Wärmeübergangskoeffizienten.

Aus diesem Grund werden große Anstrengungen unternommen, um insbesondere bei der Übertragung von Wärme mit Gasen gezielt die Strömung zu beeinflussen. Durch geometrische Einbauten oder Oberflächenmodifikationen der wärmeübertragenden Wand entstehen sehr komplexe Geometrien. In diesen soll der Wärmeübergangskoeffizient erhöht werden. Um zielgerichtet und systematisch Verbesserungen zu erreichen, reicht es also nicht aus, allein die Wärmeübertragung, sprich den Wärmeübergangskoeffizienten, zu betrachten. Die dafür verantwortliche Strömung stellt für das Verständnis die weitaus wichtigere Komponente dar, und eine lokale Beschreibung der Vorgänge ist notwendig.

Gegenstand und Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit ist deshalb gerade die kombinierte lokale Betrachtung von Strömung und Wärmeübergang von Innenströmungen in komplexen Geometrien.

1.1 Technische Relevanz und Notwendigkeit der Untersuchungen

Die möglichst effiziente Übertragung von Wärme ist in vielen technischen Anwendungen relevant. In vielen Bereichen, z.B. der Verfahrenstechnik, muss Prozesswärme möglichst verlustfrei transportiert werden. Sämtliche Wärme, die durch ineffiziente Übertragungsvorgänge dem Prozess verloren geht, wirkt sich unmittelbar negativ auf die Wirtschaftlichkeit aus und verschwendet letztlich Ressourcen, d.h. nutzbare Wärme (vgl. [2]).

Bedenkt man, dass ein Großteil der im Alltagsleben benutzten Energie ursprünglich thermisch erzeugt wird, wird klar, dass im Zuge der Weiterverwertung oder Umwandlung der Energie die Wärmeübertragung bedeutsam wird. Seit den 70er Jahren sind sogenannte Exergie-Analysen populär. Der Begriff Exergie steht für die unter gegebenen Umgebungsbedingungen aus einem thermodynamischen System maximal herauszuholende nutzbare Arbeit. Eng verknüpft mit diesem Begriff ist die bei einer irreversiblen Prozessführung produzierte Entropie, die maßgeblich die Güte eines Wärmeübertragungsprozesses bestimmt [3]. Hammond stellt basierend auf der Auswertung von Exergieanalysen z.B. fest, dass das größte Verbesserungspotential bei der konventionellen Energieerzeugung beim Verbrennungsprozess selbst, aber auch bei der Wärmeübertragung liegt [4].

Angesichts drohender Ressourcenknappheit ist nicht nur der sparsame Umgang mit endlichen Energiequellen eine gebotene Verpflichtung, sondern ebenso deren effiziente Ausnutzung. Bei der Verwertung von häufig als „Abwärme“ oder Restwärme bezeichnete Energie kommen effiziente Wärmeübertrager zum Einsatz. Gerade in mobilen Anwendungen stellen Forderungen nach immer kleineren Bauvolumina von wärmeübertragenden Aggregaten, wie z.B. Klimaanlage, eine zusätzliche Herausforderung dar. Um trotz der geringen Abmessungen eine hohe Wärmeleistung übertragen zu können, wird die wärmeübertragende Fläche durch verschiedene Verfahren vergrößert [5]. Kompaktwärmeübertrager werden über das Verhältnis von wärmeübertragender Fläche zu Bauvolumen qualifiziert. Es liegt bei kompakten Bauformen bei über $400\text{m}^2/\text{m}^3$.

Trotz vielfältiger Versuche mit verschiedenen Oberflächenkonzepten gibt es nur geringe Fortschritte. Häufig werden neue Bauweisen global charakterisiert und zum Teil in einem „Trial-and-Error“-Verfahren modifiziert. Jacobi und Shah kommen daher zu dem Schluss, dass nur eine lokale Analyse unter Berücksichtigung der fundamentalen physikalischen Wärmetransportmechanismen zu entscheidenden Verbesserungen führt [6].

In der hier relevanten Anwendung von Wärmeübertragern als Luftkühler ist vor allem die Betrachtung der Gas-Seite wichtig. Bei Bauweisen mit ebenen Lamellen macht der gasseitige Wärmetransportwiderstand ca. 75 bis 90% des gesamten thermischen Widerstandes aus. Um den luftseitigen Wärmeübergang zu erhöhen, werden bei ebenen Lamellen sogenannte Wirbelgeneratoren oder Turbulatoren eingesetzt [7, 8]. Fiebig hat dabei vor allem die unterschiedliche Wirkung auf den Wärmeübergang von Transversal- und Longitudinalwirbeln in verschiedensten Anordnungen untersucht [9].

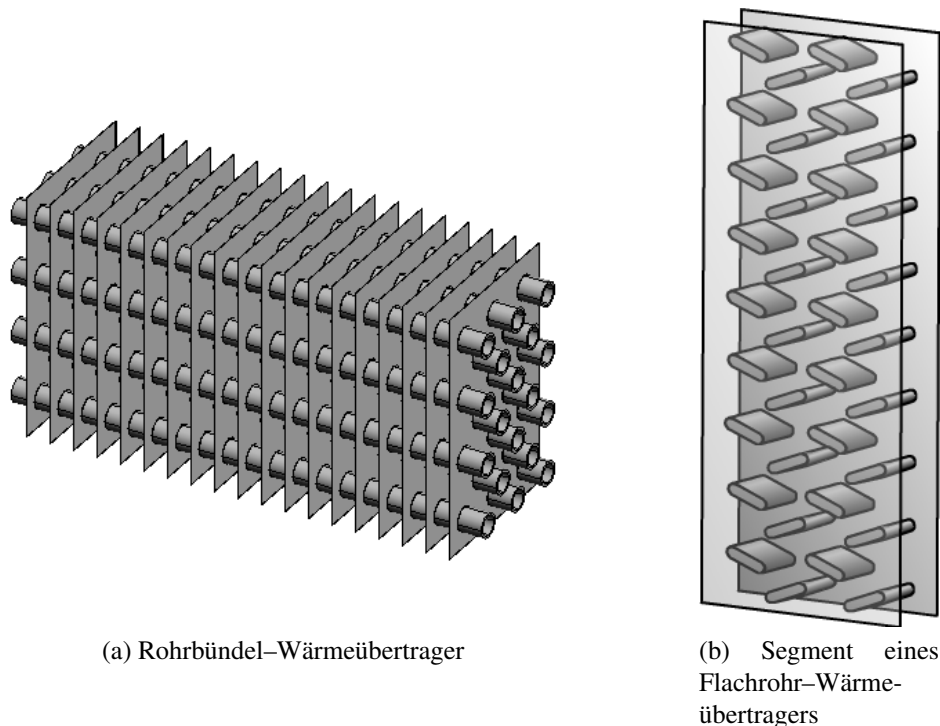


Abbildung 1.1: Zusammenstellung der beiden untersuchten Wärmeübertrager-Geometrien: Auf der linken Seite ist ein konventioneller Rohrbündel-Wärmeübertrager mit versetzt angeordneten Kältemittelrohren und ebenen Lamellen zu sehen. Das rechte Bild zeigt das Modell eines Wärmeübertragers mit verkippten Flachrohren und ebenen Lamellen. Hier ist lediglich eine Strömungspassage zwischen zwei Lamellen dargestellt.

Neben der Wirbelerzeugung wird ebenso die Lamellendichte erhöht, um die wärmeübertragende Fläche zu vergrößern. Diese Maßnahme führt aber insbesondere beim Auftreten von Kondensation oder gar Vereisung von Luftkühlern zu großen Problemen (z.B. [10, 11]). Kommen anstatt der häufig verwendeten runden Rohre Flachrohre für den Kältemitteltransport zum Einsatz, verschärft sich das Problem der Drainage von Kondenswasser erheblich. Um den Abfluss von Kondenswasser zu erleichtern, hat Hafner [12] eine neuartige Geometrie vorgeschlagen, bei der die Flachrohre verkippt sind (vgl. Abb. 1.1b). Eine derartige Geometrie ist bisher nur unzureichend wissenschaftlich untersucht worden. Nach Kenntnis des Autors existiert bisher eine numerische Untersuchung von Geometrien mit verkippten Flachrohren [13], die jedoch nicht auf die Strömung und lokale Phänomene eingeht.

Die Flachrohr-Geometrie ist neben einem konventionellen Rohrbündel-Wärmeübertrager (Abb. 1.1a) Gegenstand der hier durchgeführten detaillierten Untersuchungen.

Eine genaue Kenntnis von lokalen Strömungs- und Wärmeübertragungsphänomenen in derartigen Geometrien ist die Grundlage für gezielte Verbesserungen. Aufgrund der

Vielzahl an eingesetzten Wärmeübertragern dieser Art haben schon geringfügige Verbesserungen der Wärmeübertragungseigenschaften eine signifikante wirtschaftliche und ressourcenschonende Bedeutung.

1.2 Ziele der Arbeit und Vorgehensweise

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der detaillierten Analyse von Strömung und Wärmeübergang in kompakten Wärmeübertragern. Beispielhaft werden der Lamellen-Rohrbündel-Wärmeübertrager und ein Wärmeübertrager mit verkippten Flachrohren betrachtet. Die Notwendigkeit der Untersuchungen wurde in Abschnitt 1.1 motiviert.

Das sich aus den dort genannten Punkten ableitende übergeordnete Ziel ist daher die

- Erlangung eines tiefgehenden Verständnisses der Auswirkung von spezifischen Strömungsphänomenen auf die lokale Wärmeübergangsverteilung in Kompaktwärmeübertragern.

Um dieses Ziel zu erreichen, müssen geeignete Methoden für eine belastbare Analyse von Strömung und Wärmeübergang bereitgestellt werden. Deshalb können die folgenden Teilziele definiert werden:

- Modifikation eines PIV-Systems für wandnahe Messungen in Kompaktwärmeübertrager-Geometrien (Kapitel 3),
- Implementierung eines mathematischen Verfahrens zur Strukturanalyse der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen (Kapitel 3, insbesondere Abschnitt 3.4) und
- Entwicklung und Erprobung eines verlässlichen und effizienten Kalibrationsverfahrens für die Ammoniak-Absorptionsmethode zur lokalen Wärmeübergangsmessung (Kapitel 4, insbesondere Abschnitt 4.4).

Mit den in Kapiteln 3 und 4 bereitgestellten Verfahren wird sowohl für den Rohrbündel- als auch den Flachrohr-Wärmeübertrager systematisch die Strömung (Kapitel 5) und die lokale Wärmeübergangsverteilung (Kapitel 6) analysiert. Im abschließenden Kapitel 7 werden die Ergebnisse zusammengeführt.

2 Physikalische Einordnung der Problematik

In dieser Arbeit sollen Wärmetransportprobleme in strömenden Fluiden, d.h. Strömungen mit extern aufgeprägten Temperaturvariationen betrachtet werden. Diese Art der Wärmeübertragung wird häufig unter dem Begriff Konvektion eingeordnet. Zur Quantifizierung der Vorgänge ist eine mathematische Beschreibung notwendig. Hier sollen die wichtigsten Gleichungen und Näherungen unter dem Gesichtspunkt diskutiert werden, wie Wärmeübertragung und Strömung in Fluiden zusammenhängen. Auf die Herleitung von allgemein akzeptierten Gleichungen wird verzichtet.

Zunächst werden zur Beschreibung der beiden Phänomene also zwei fundamentale Gleichungen im Rahmen einer kontinuumsmechanischen Näherung benötigt: Zum einen ist das eine Gleichung zur Beschreibung der Strömung und zum anderen eine Gleichung zur Beschreibung des Temperaturfeldes in der Strömung.

Eine wichtige Annahme bei der Formulierung der Gleichungen ist, dass die betrachteten Strömungen inkompressibel sind, d.h. dass sich ihre Dichte nicht ändert:

$$\varrho = \text{const} \quad (2.1)$$

Diese Annahme wird in der gesamten Arbeit getroffen. Da dies eine sehr starke Einschränkung ist, wird sie in diesem Abschnitt gerechtfertigt.

Die Gleichung, die die Dynamik der Strömung unter der oben genannten Voraussetzung beschreibt, spricht die Bewegungsgleichung für das Fluid, ist die sogenannte Navier-Stokes-Gleichung:

$$\frac{D\vec{U}}{Dt} = -\frac{1}{\varrho} \vec{\nabla} p + \nu \vec{\nabla}^2 \vec{U} + \vec{f}_{Vol} \quad (2.2)$$

Sie kann direkt aus der Impulserhaltung abgeleitet werden. Der Differentialoperator D/Dt wird dabei als substantielle Ableitung bezeichnet und ist definiert als:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla} \quad (2.3)$$

Der erste Term auf der rechten Seite von Gleichung 2.2 beschreibt auf ein Fluidelement aufgrund von Druckunterschieden wirkende Kräfte, d.h. das Bestreben eines Fluidteilchens von einem Gebiet hohen Drucks in ein Gebiet niedrigen Drucks zu strömen. Im zweiten Term werden Reibungskräfte berücksichtigt. Die Größe des Reibungseinflusses wird durch die hier als konstant angenommene, fluidspezifische kinematische Viskosität

ν beschrieben. Im letzten Term werden sogenannte Volumenkräfte zusammengefasst, wie z.B. die Gewichtskraft oder elektromagnetische Kräfte.

Für den Wärmetransport findet man eine Gleichung, die beschreibt, wie benachbarte Fluidelemente Wärme durch Wärmeleitung transportieren:

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla} T = a \vec{\nabla}^2 T + \frac{\Phi_{gen}}{\varrho c_p} \quad (2.4)$$

Dabei berücksichtigt der erste Term auf der rechten Seite die Diffusion von Wärme bzw. Temperatur. Der Faktor a wird als Temperaturleitfähigkeit oder als thermischer Diffusionskoeffizient bezeichnet. Er soll hier ebenso wie die Dichte als konstant angenommen werden. Im zweiten Term werden Phänomene zusammengefasst, die eine interne Quelle für Temperaturänderungen darstellen. Das können strömungsinduzierte Temperaturänderungen, wie z.B. eine adiabate Expansion oder Kompression oder die viskose Dissipation, sein. Möglich sind auch Wärmeeinträge durch chemische Reaktionen oder Kernreaktionen.

Es ist interessant festzustellen, dass die Form der dynamischen und thermischen Gleichung bis auf den Druckterm in Gleichung 2.2 von der Struktur her ähnlich ist. Beide Gleichungen enthalten einen Diffusionsterm und einen Volumenterm.

Aufgrund der Massenerhaltung gilt ebenso eine Kontinuitätsgleichung der Form:

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \varrho \vec{U} = 0 \quad (2.5)$$

Bei zeitlich und räumlich konstanter Dichte reduziert sich diese Gleichung auf:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0 \quad (2.6)$$

Da wir es mit aufgeprägten Temperaturvariationen in Strömungen zu tun haben, wird im Folgenden genauer betrachtet, wo sich in den vorgestellten Gleichungen Temperatureinflüsse niederschlagen und inwieweit sie berücksichtigt werden müssen.

Eine zentrale thermophysikalische Größe ist die Dichte. Zu Beginn wurde gefordert, dass die Dichte des Fluids konstant sei. Im Allgemeinen ist sie aber in Form einer thermischen Zustandsgleichung mit Druck und Temperatur verknüpft:

$$\varrho = \varrho(p, T) \quad (2.7)$$

Die Näherung der konstanten Dichte ist gleichbedeutend mit der Aussage, dass Dichteänderungen, bezogen auf eine an einer beliebig gewählten Stelle bestimmten Referenzdichte ϱ_0 , unbedeutend sind:

$$\frac{\Delta \varrho}{\varrho_0} \ll 1 \quad (2.8)$$

Wenn man die dynamische Gleichung 2.2 unter Vernachlässigung von Volumenkräften zugrunde legt und stationäre Strömungen mit geringer Viskosität betrachtet, ist schnell

einsichtig, dass ein Druckgradient die Strömung so weit beschleunigt, bis die Größenordnung von Druckterm und konvektiver Beschleunigung gleich ist, d.h. bis

$$\vec{\nabla} p \sim \varrho \vec{U} \cdot \vec{\nabla} \vec{U} \quad (2.9)$$

gilt (das Zeichen \sim stehe dabei für „gleiche Größenordnung“). Für extrem viskose Fluide wird die Reibungskraft hingegen eher in der Größenordnung der Druckkraft sein, was aber nur für eine kleine Klasse an Strömungen zutrifft und hier nicht betrachtet wird.

Diese Erkenntnis liefert über eine Größenordnungsabschätzung, dass

$$\Delta \mathcal{P} \sim \varrho \mathcal{U}^2, \quad (2.10)$$

wobei $\Delta \mathcal{P}$ und \mathcal{U} eine für das Problem typische Druckdifferenz bzw. typische Geschwindigkeit sind. Der Bezug zur Dichte wird über die Kompressibilität χ hergestellt:

$$\frac{\Delta \varrho}{\varrho} \sim \chi \Delta \mathcal{P}. \quad (2.11)$$

Dabei ist für die Größenordnungsabschätzung irrelevant, ob die isotherme oder adiabate Kompressibilität herangezogen wird.

Mit der thermodynamischen Schallgeschwindigkeit

$$c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \varrho} \right)_s \sim \frac{1}{\varrho \chi}, \quad (2.12)$$

ergibt sich schließlich mit 2.10 und 2.11:

$$\frac{\Delta \varrho}{\varrho} \sim \frac{\mathcal{U}^2}{c^2}. \quad (2.13)$$

Unter Einführung der Mach-Zahl ist die Inkompressibilitätsbedingung 2.8 erfüllt, wenn

$$\text{Ma}^2 = \frac{\mathcal{U}^2}{c^2} \ll 1 \quad (2.14)$$

gilt. Sobald also die typischen Fluidgeschwindigkeiten deutlich unter der Schallgeschwindigkeit des Fluids liegen, ist die zu Beginn getroffene Annahme ($\varrho = \text{const}$) richtig.

Bisher wurde die Argumentation lediglich mit der Betrachtung des Zusammenhangs zwischen Druckänderungen und Dichteveriationen geführt. Es wurde aber zu keinem Zeitpunkt vorausgesetzt, dass Druckänderungen isotherm ablaufen sollen. Bei kleinen Ma-Zahlen haben deshalb auch Temperaturvariationen keinen Einfluss auf die Dichte.

Dieser für die Arbeit ebenso wichtige thermische Aspekt soll in ähnlicher Art diskutiert werden. Da die Schallausbreitung in einem Gas einer adiabaten Zustandsänderung entspricht, wird aus der thermodynamischen Definition der Schallgeschwindigkeit (2.12) die Laplace-Gleichung:

$$c^2 = \gamma \frac{p}{\varrho}, \quad (2.15)$$

so dass für ein ideales Gas gilt:

$$c^2 = \gamma R_i T \quad (2.16)$$

Mit der inneren Energie pro Volumenelement $e = c_v T$ und der Tatsache, dass γR_i die gleiche Größenordnung hat wie c_v , dh. $c^2 \sim c_v T$, folgt aus der Forderung $\mathcal{U}^2 \ll c^2$:

$$\frac{1}{2} \rho \mathcal{U}^2 \ll \rho e \quad (2.17)$$

Die Aussage bedeutet, dass, selbst wenn alle kinetische Energie der Strömung dissipiert werden würde, die daraus resultierende Änderung der inneren Energie vernachlässigbar wäre. Vom thermodynamischen Standpunkt aus betrachtet, stellt also eine Strömung mit $Ma \ll 1$ lediglich eine Störung des thermischen Systems dar.

Damit soll motiviert sein, dass bei geringen Strömungsgeschwindigkeiten strömungsinduzierte Temperaturänderungen zu vernachlässigen sind. Änderungen in den thermophysikalischen Größen können aber auch durch die externen Temperaturänderungen eintreten, die für die Wärmeübertragung eine zentrale Bedeutung haben. Für Luft beträgt z.B. die relative Abweichung bei einer Temperaturdifferenz von 20K auf Raumtemperaturniveau deutlich unter 10%. Veränderungen in den thermophysikalischen Eigenschaften der Strömung würden eine Beschreibung zudem extrem komplex machen.

In der Navier–Stokes–Gleichung (2.2) können aber auch moderate externe Temperaturdifferenzen in Form der Auftriebskraft einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf die Dynamik haben, sogar wenn ansonsten $\Delta \rho / \rho_0 \ll 1$ gilt. Die Auftriebskraft ist von der Natur her eine Volumenkraft und erscheint daher im letzten Term auf der rechten Seite von Gleichung 2.2:

$$\vec{f}_{\text{Vol, Grav}} = -\vec{g} \beta \Delta T \quad (2.18)$$

Die eben beschriebenen Vereinfachungen zur Beschreibung der Konvektion werden in der Literatur unter dem Namen Boussinesq–Näherung zusammengefasst. Hier werden mit Ausnahme der Auftriebskraft sämtliche temperaturinduzierten Änderungen der thermophysikalischen Eigenschaften vernachlässigt. Im Rahmen dieser Näherung wird die Konvektion also mit dem folgenden Satz an Gleichungen beschrieben:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{U} &= 0 \quad , \\ \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla} \vec{U} &= -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \nu \vec{\nabla}^2 \vec{U} - \vec{g} \beta \Delta T \quad , \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla} T &= \alpha \vec{\nabla}^2 T \end{aligned} \quad (2.19)$$

Der Term $\vec{U} \cdot \vec{\nabla} T$ in der dynamischen Gleichung beschreibt hierbei den Transport von Wärme durch Fluidbewegung und wird auch als Advektionsterm bezeichnet. Bei der Übertragung eines Wärmestromes über eine Wand in das Fluid kann dieser Term jedoch verschwinden, da direkt an der Wand die Geschwindigkeit zu Null wird, das Fluid also quasi

an der Wand haftet. In diesem häufig auftretenden Fall dominiert folglich die Wärmeleitung. Die Unterscheidung zwischen den Wärmeübertragungsarten Konvektion, Leitung und auch Strahlung ist also nicht scharf.

Bei der hier relevanten konvektiven Wärmeübertragung ergeben sich zwei Unterarten, die von der Bedeutung des Auftriebstermes $-\vec{g}\beta\Delta T$ abhängen. Dominiert dieser Term und ist alleinige Ursache für eine Bewegung des Fluids, handelt es sich um die sogenannte *freie Konvektion*. Ist die Auftriebskraft verglichen mit der Trägheitskraft vernachlässigbar, wird diese Wärmeübertragungsart *erzwungene Konvektion* genannt. In diesem Fall gilt also:

$$\frac{|\vec{g}|\beta\Theta\mathcal{L}}{\mathcal{U}^2} \ll 1 \quad (2.20)$$

Hier steht Θ für eine typische Temperaturdifferenz oder –skala und \mathcal{L} bzw. \mathcal{U} für eine charakteristische Längen– bzw. Geschwindigkeitsskala.

In der vorliegenden Arbeit ist nur die erzwungene Konvektion relevant. Für dieses Szenario werden nun die relevanten Gleichungen aufgeführt:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{U} &= 0, \\ \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla} \vec{U} &= -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \nu \vec{\nabla}^2 \vec{U}, \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla} T = a \vec{\nabla}^2 T \quad (2.22)$$

Aufgrund der getroffenen Annahmen bzw. Näherungen ist hierbei das Strömungsfeld nicht vom Temperaturfeld abhängig. Das bedeutet, dass, sobald das Geschwindigkeitsfeld bekannt ist, über Gleichung 2.22 das Temperaturfeld berechnet werden kann. Die Verknüpfung von beiden Gleichungen ist über den Advektionsterm gegeben. Bei stationärem Temperaturfeld ist dieser gleich der Temperaturdiffusion bzw. Leitung:

$$\vec{U} \cdot \vec{\nabla} T = a \vec{\nabla}^2 T \quad (2.23)$$

Die beiden Terme werden nun mit Hilfe einer dimensionslosen Kennzahl, der sogenannte Péclet–Zahl, verglichen und diskutiert. Die Péclet–Zahl vergleicht die Bedeutung der Advektion von Wärme mit derjenigen der Wärmeleitung:

$$Pe = \frac{\text{Advektion von Wärme}}{\text{Leitung von Wärme}} = \frac{\mathcal{U}\mathcal{L}}{a} \quad (2.24)$$

Wenn diese Kennzahl klein ist, hat die Strömung einen vernachlässigbaren Effekt auf das Temperaturfeld, und Gleichung 2.23 reduziert sich zu der Gleichung für die stationäre Wärmeleitung (Laplace–Gleichung): $0 = a \vec{\nabla}^2 T$. Ist hingegen Pe groß, so dominiert die Advektion, und Gleichung 2.23 wird zu $\vec{U} \cdot \vec{\nabla} T = 0$.

Wie oben schon erläutert, kann hier in der thermischen Grenzschicht, d.h. in der unmittelbar an eine Wand angrenzenden Fluidschicht, trotzdem Wärmeleitung wichtig werden.

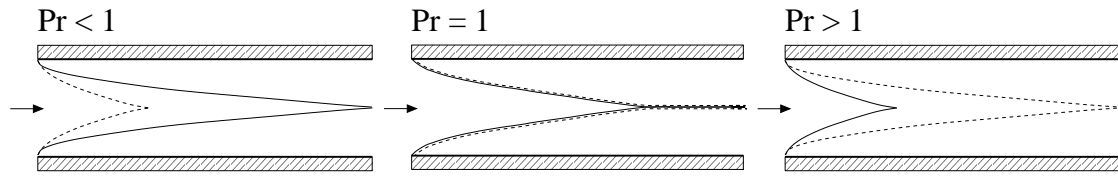


Abbildung 2.1: Einfluss der Pr-Zahl auf die Ausbildung von thermischer (gestrichelt) und hydrodynamischer (durchgezogen) Grenzschicht. Mit steigender Pr-Zahl bildet sich die hydrodynamische Grenzschicht schneller aus als die thermische.

Das dynamische Analogon zur Péclet-Zahl ist die Reynolds-Zahl, die die Bedeutung von Trägheitskräften mit Reibungskräften vergleicht:

$$Re = \frac{\text{Trägheitskräfte}}{\text{Reibungskräfte}} = \frac{UL}{\nu} \quad (2.25)$$

Diese beiden Kennzahlen sind für diese Arbeit insofern relevant, als sie sicherstellen, dass bei Gleichheit von Pe thermische Ähnlichkeit und bei Gleichheit von Re eine dynamische Ähnlichkeit vorliegt. Thermische Ähnlichkeit bedeutet hier, dass in verschiedenen Experimenten das Temperaturfeld die gleichen Strukturen aufweist. Analoges gilt für das Strömungsfeld.

Für die kombinierte Beschreibung von Temperaturfeld und Strömungsfeld macht es daher Sinn, die thermische mit der dynamischen Kennzahl zu verknüpfen. Die resultierende dimensionslose Größe ist eine reine Stoffgröße, die Prandtl-Zahl:

$$Pr = \frac{Pe}{Re} = \frac{\nu}{a} \quad (2.26)$$

Wie unmittelbar abzulesen ist, vergleicht sie die relative Bedeutung der Impulsdiffusion mit der Temperaturdiffusion. Für Gase ist in der Regel $Pr \lesssim 1$ und für Flüssigkeiten gilt $Pr > 1$, d.h. in Flüssigkeiten ist die Impulsdiffusion schneller als die thermische Diffusion. Die Konsequenzen hieraus sollen am Beispiel einer einfachen Rohrströmung gezeigt werden: Ein im Vergleich zur Rohrwand kaltes Fluid ströme wirbelfrei ($\omega = 0$) in ein beheiztes Rohr ein. Aufgrund der Haftbedingung bildet sich eine hydrodynamische Grenzschicht aus, und aufgrund der Stetigkeit der Temperatur entwickelt sich eine thermische Grenzschicht. Die Dicke der jeweiligen Grenzschicht steigt mit dem durchlaufenen Weg im Rohr. Die Geschwindigkeit, mit der die Dicke der jeweiligen Grenzschicht im Rohr zunimmt, hängt von der Pr-Zahl ab. In Abbildung 2.1 sind drei Situationen für verschiedene Pr-Zahlen dargestellt.

Der Wärmetransport von einer Oberfläche in ein Fluid kann ebenso in dimensionsloser Form angegeben werden. Die den Wärmeübergang beschreibende Kennzahl heißt Nusselt-Zahl und ist folgendermaßen definiert:

$$Nu = \frac{\dot{q}L}{\lambda\Theta} \quad (2.27)$$

Dabei ist Θ wiederum die typische treibende Temperaturdifferenz, z.B. $T_{\text{Fluid}} - T_{\text{Wand}}$. Die Nu-Zahl kann sowohl lokale als auch globale Bedeutung haben, je nachdem wie die Wärmestromdichte \dot{q} angegeben ist.

Aus einer Dimensionsbetrachtung folgt, dass die erzwungene Konvektion durch drei dimensionslose Kennzahlen, eine davon die Nu-Zahl, beschrieben werden kann:

$$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Pr}) \quad (2.28)$$

Die Prandtl- und Reynolds-Zahl wurden bereits in 2.26 bzw. 2.25 definiert. Da aber sowohl die Pr-Zahl als auch die Re-Zahl nicht von Θ abhängen, d.h. $\text{Pr} \neq \text{Pr}(\Theta)$ bzw. $\text{Re} \neq \text{Re}(\Theta)$ ist, muss gelten:

$$\dot{q} \propto \Theta \quad (2.29)$$

Diese lineare Abhängigkeit liegt ursächlich an der Linearität der thermischen Gleichung (2.4) in ΔT bzw. Θ , sofern die Materialparameter temperaturunabhängig sind. Die Beziehung 2.29 wird auch als Newtonsches Abkühlungsgesetz bezeichnet.

Der Proportionalitätsfaktor, der bei fester treibender Temperaturdifferenz die Größe des übertragenen Wärmestroms bestimmt, wird als Wärmeübergangskoeffizient bezeichnet. Deshalb wird Gleichung 2.29 häufig auch geschrieben als

$$\dot{q} = \alpha \Theta \quad (2.30)$$

mit α als Wärmeübergangskoeffizienten. Ihm kommt in technischen Anwendungen, in denen es um die Wärmeübertragung mittels erzwungener Konvektion geht, eine zentrale Bedeutung zu.

Es ist wichtig festzustellen, dass die Beziehungen 2.29 bzw. 2.30 für die freie Konvektion nicht mehr gültig sind. Hier hängen sowohl die dynamische als auch die thermische Gleichung von der Temperatur ab, d.h. auch die Geschwindigkeit \vec{U} wird zu einer Funktion der Temperatur, und die thermische Gleichung ist nicht mehr linear in T . Ein linearer Ansatz für den Wärmestrom ist somit nicht mehr gerechtfertigt.

Damit sind alle für diese Arbeit wichtigen Annahmen und Gleichungen vorgestellt worden. Die wichtigsten Aspekte seien nochmals stichpunktartig zusammengefasst:

- Die Temperaturabhängigkeit der Stoffwerte ρ , η , λ , c_p ist vernachlässigbar.
- Strömungsinduzierte Temperaturänderungen sind nicht relevant. Es gilt $\text{Ma} \ll 1$. Thermodynamisch wird die Strömung nur als Störung betrachtet.
- Es gibt nur externe Wärmequellen.
- Die Strömungsgeschwindigkeiten sind so hoch, dass Trägheitskräfte die Dynamik in der Strömung dominieren.

3 Analyse von Strömungsfeldern in komplexen Geometrien mit der Particle Image Velocimetry

Die Particle Image Velocimetry (PIV) ist ein laseroptisches Verfahren, das quasi nichtinvasiv Fluidgeschwindigkeiten in Gasen und Flüssigkeiten messen kann. Entsprechend dem experimentellen Aufbau können sowohl zwei- als auch dreidimensionale Geschwindigkeitsfelder erhalten werden. In dieser Arbeit wird ausschließlich mit einem 2D-PIV-System gearbeitet.

Das Messprinzip beruht auf der Messung des Versatzes von in die Strömung eingebrachten Seeding-Partikeln. Diese Partikel, in Gasströmungen zumeist Öltröpfchen, müssen so leicht sein, dass sie der Strömung folgen können und sie nicht nennenswert beeinflussen. Die Seeding-Partikel werden mit Laserlicht beleuchtet. Ihr Streulicht wird mit einer Kamera detektiert. In dieser Arbeit werden pro Geschwindigkeitsfeld zwei Streulichtbilder aufgenommen, die jeweils einmal mit dem Laserlicht beleuchtet werden. Beleuchtungssequenz und Kameraaufnahme sind synchronisiert und liefern zwei Einzelbilder mit einem zeitlichen Versatz Δt .

Die beiden Einzelbilder werden miteinander verglichen, um die Verschiebung $\Delta \vec{s}$ der beleuchteten Teilchen zu bestimmen. Das geschieht mit Hilfe von Korrelationsalgorithmen, die Teilbereiche der Bilder auswerten und jedem Teilbereich einen Geschwindigkeitsvektor $\vec{v} = \Delta \vec{s} / \Delta t$ zuordnen.

Die Particle Image Velocimetry hat sich durch technologische Fortschritte in erster Linie auf Seiten der Computerhardware und der Entwicklung der CCD-Kameras zu einem Standardwerkzeug der experimentellen Strömungsvisualisierung entwickelt. An dieser Stelle soll nicht auf weitere Details eingegangen werden. Stattdessen wird auf die einschlägige Standardliteratur zur PIV-Technik verwiesen (z.B. [14]). Hier sollen nur für die Arbeit spezifische Aspekte herausgegriffen werden. Ausführliche Erläuterungen zu dem hier verwendeten Windkanal, der PIV-Auswerteprozedur und eine Fehlerbetrachtung erfolgen in [15].

Die kombinierte Betrachtung von Strömung und Wärmeübergang erfordert in der Regel eine Untersuchung der Strömungsverhältnisse in unmittelbarer Wandnähe, da hier die entscheidenden Austauschvorgänge stattfinden. Aus diesem Grund ist es wünschenswert, die Strömungsfeldmessungen mittels PIV in Wandnähe durchzuführen. Das stellt eine große

experimentelle Herausforderung dar. Die erforderlichen Maßnahmen sollen im Folgenden dargestellt werden.

3.1 Besondere Anforderungen an die Messtechnik für wandnahe Messungen

In dieser Arbeit ist mit wandnahen Messungen die Aufnahme von zweidimensionalen Geschwindigkeitsfeldern gemeint, bei denen die Messebene parallel zur Wand liegt. In sämtlichen Geometrien stellt eine ebene Lamelle eines Wärmeübertragers die Wand dar, an der Strömungsfeld und korrespondierender Wärmeübergang gemessen werden.

Grundlegende Probleme, die dabei zu Tage treten, sind geometrischer Natur. Um einen ebenen Lichtschnitt zu erhalten, muss das Laserlicht mit Hilfe einer Zylinderlinse in der Wand- d.h. x - y -Ebene fokussiert werden. Von der Brennweite f_{Zyl} der Zylinderlinse hängt der Öffnungswinkel γ ab. Die Situation ist in Abbildung 3.1 skizziert. Hier ist der halbe Öffnungswinkel $\gamma_{1/2}$ eingezeichnet.

Der Öffnungswinkel wird neben der Brennweite der Zylinderlinse von der Tiefe des Messortes, bzw. der Lichtschnitt-Taille y_T , bestimmt. Je tiefer man in der Modellgeometrie messen möchte, desto größere Wandabstände δ_{LS} müssen akzeptiert werden. Der Messort ist in der Regel fest vorgegeben, so dass lediglich über die Brennweite und die Aufweitung des Laserstrahls vor der Zylinderlinse der Wandabstand minimiert werden kann.

Bei einer konventionellen Beleuchtung mit Linsenoptik und Einkopplung des Lichtes in die Mess-Strecke über Spiegel sind der Minimierung des Wandabstands also deutliche Grenzen gesetzt. Ein beliebig kleiner Wandabstand ist aus rein geometrischen Gründen nicht zu realisieren.

Für geringere Wandabstände wären alternative Beleuchtungsmethoden über Glasfasereinkopplung und integrierte Mikrooptiken denkbar. Dabei wird aber ein Bereich erreicht, in dem die Dicke des Lichtschnittes d_{LS} deutlich größer als der Wandabstand wird. Für direkte Messungen an der Wand hat sich daher auch die sogenannte Mikro-PIV-Technik etabliert. Dabei wird ein Volumen beleuchtet und die Messebene über die Tiefenschärfe des Kameraobjektivs definiert (vgl. z.B. [16]).

Mit den hier verwendeten konventionellen Optiken gibt es eine untere Grenze für den minimalen Wandabstand. Aber auch bei Abständen $z > \delta_{\text{LS}}$ gibt es abseits der geometrischen Aspekte Gründe, die eine wandnahe Messung im Vergleich zu Messungen weit weg von einer Wand oder gar im Freistrahl deutlich erschweren.

Bei der PIV-Messung wird letztlich Streulicht der Seeding-Partikel mit Hilfe der CCD-Kamera detektiert. Die Güte der Bilder hängt unter anderem vom Kontrast zwischen Seeding-Partikeln und Hintergrund ab. Sämtliche Lichtsignale, die nicht von diesen Partikeln stammen, stellen ein Rauschen dar und können für fehlerhafte Geschwindigkeitsbilder sorgen. Gerade bei wandnahen Messungen ist dieser Aspekt von herausgehobener Bedeutung.

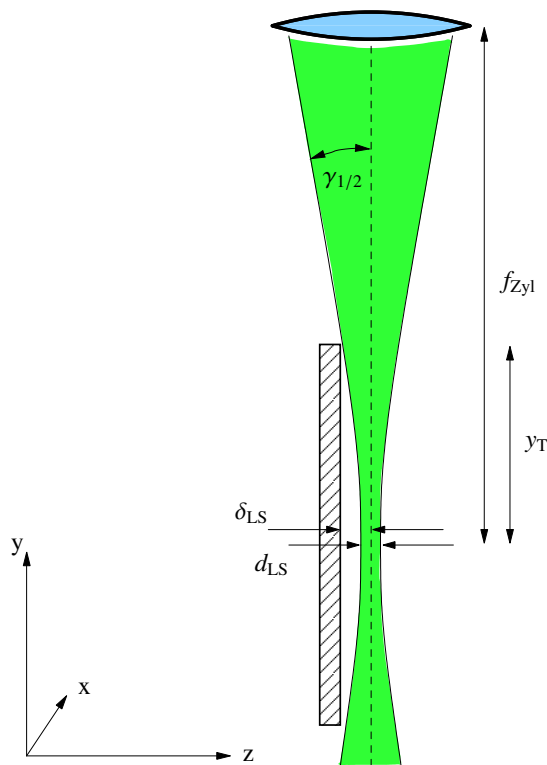


Abbildung 3.1: Skizze der für den minimalen Wandabstand relevanten geometrischen Parameter des Lichtschnittes: Die Lichtschnittebene ist in der x - y -Ebene aufgespannt und in z -Richtung fokussiert.

Deshalb wird im nächsten Abschnitt auf Maßnahmen eingegangen, die das Hintergrundrauschen reduzieren und die die Qualität der Rohbilder über angepasste Lichtschnittoptiken erhöhen.

3.2 Verbesserung des Signal–zu–Rausch–Verhältnisses

3.2.1 Oberflächenbehandlung

In den folgenden Betrachtungen wird von einer wandnahen Messung parallel zur Wand, d.h. in der x - y -Ebene ausgegangen. Die CCD-Kamera blickt in $-z$ -Richtung auf den Laserlichtschnitt.

Die in die Strömung eingebrachten Streupartikel, im vorliegenden Fall Ölpartikel mit einem Durchmesser von ca. $1\mu\text{m}$, streuen das einfallende Laserlicht gemäß der Mie'schen Streutheorie. Die Hauptstreukomponente liegt bezogen auf die Einfallsrichtung des Laserlichts in Vorwärtsrichtung, d.h. in $-y$ -Richtung. Detektiert wird lediglich die schwächere Seitwärtsstreuung der Partikel. Sie ist bei symmetrischen Partikeln symmetrisch, d.h. die Streuintensität der Öltröpfchen ist in $+z$ - sowie $-z$ -Richtung gleich hoch. Das Streulicht in $+z$ -Richtung wird von der Kamera detektiert, wohingegen das in $-z$ -Richtung gestreute Licht auf die Wand auftrifft. Je nach Beschaffenheit der Oberfläche wird das Laserlicht

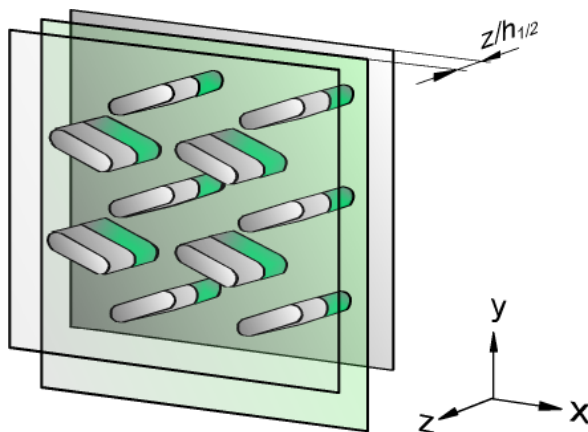


Abbildung 3.2:

Modell einer Flachrohr-Wärmeübertrager-Geometrie mit PIV-Lichtschnitt parallel zur Lamelle

hier reflektiert, gestreut, absorbiert oder zu Teilen auch transmittiert. Dieses Sekundärlicht, welches nicht unmittelbar von den Seeding-Partikeln stammt, erhöht das Hintergrundrauschen, sobald es von der Kamera neben dem eigentlichen Messsignal mitdetektiert wird.

Gerade bei komplexen Geometrien, wie sie in dieser Arbeit untersucht werden, können auch Einbauten Quellen von ungewolltem Streulicht und Reflexionen sein. An Hindernissen, wie z.B. Kältemittelrohren (s. z.B. Abb. 3.2), durch die das Laserlicht hindurchtreten muss, kann das Licht an Grenzflächen gestreut oder ungewollt reflektiert werden.

Gleichzeitig können Staubablagerungen oder auch anhaftende Öltröpfchen auf der Wandoberfläche als zusätzliche ortsfeste Streuzentren fungieren. Sie würden in einer PIV-Auswertung die Geschwindigkeit lokal zu Null gehen lassen. Wenn diese Bereiche ausgedehnt sind oder in Gebieten mit niedrigen Strömungsgeschwindigkeiten liegen, können sie mit der in dieser Arbeit verwendeten Software nicht effektiv herausgefiltert werden.

Um dieses ortsfeste Streulicht zu reduzieren, müssen Staubablagerungen von vornherein vermieden werden. Da bei den hier durchgeführten Messungen das Messlabor nicht staubfrei zu halten ist, wird für diesen Zweck ein Partikelfilter in der Ansaugung des Windkanals installiert, um die Luft zu reinigen. Außerdem werden vor jedem Messgang die relevanten Oberflächen gründlich gereinigt. Dies geschieht mit einer handelsüblichen Spülmittel-Lösung, um die Ölablagerungen zu entfernen. Die Oberflächen werden mit Druckluft getrocknet, um Wasserreste zu entfernen und eine elektrostatische Aufladung der Acrylglas-Bauteile zu vermeiden, wie sie beim Abreiben mit saugfähigen Tüchern hervorgerufen werden.

Streulicht bzw. Reflexionen, die trotzdem von der Wand ins Kameraobjektiv gelangen, werden durch eine Fluoreszenzlackierung reduziert. Die Methode basiert auf einer spektralen Signalverschiebung mit nachgeschaltetem Filterprozess.

Die Wandoberfläche wird dazu mit einem handelsüblichen Acryllack, zu dem aufgelöstes Rhodamin 6G gemischt wird, besprüht. Das Rhodamin ist ein Fluoreszenzfarbstoff mit sehr hohen Quantenausbeuten und wird z.B. häufig in optisch gepumpten Farbstofflasern eingesetzt. Das Absorptionsmaximum liegt mit $\lambda_{\text{abs}} = 535\text{nm}$ sehr dicht bei der Anre-

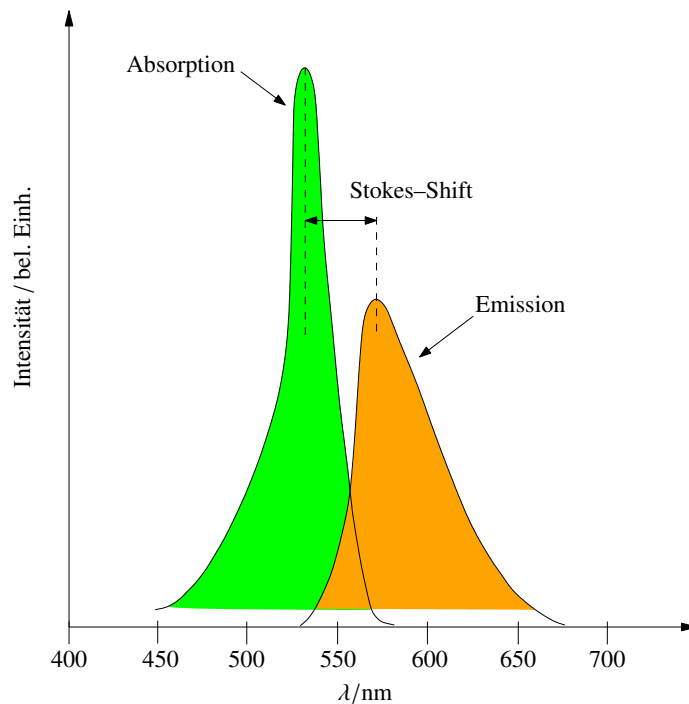


Abbildung 3.3: Qualitatives Fluoreszenzabsorptions- und -emissionsverhalten von Rhodamin 6G

gungswellenlänge $\lambda_{\text{Sig}} = 534\text{nm}$ des verwendeten Nd:YAG Lasers, der den Lichtschnitt generiert.

Das absorbierte grüne Laserlicht wird mit einer Quantenausbeute von 95% bei höheren Wellenlängen emittiert. Dieses Phänomen wird als Stokes–Shift bezeichnet und ist in Abbildung 3.3 illustriert. Das Maximum der Fluoreszenzemission liegt bei ca. $\lambda_{\text{em}} = 567\text{nm}$, d.h. es ist zum Rötlichen hin verschoben. Direkt vor dem Kameraobjektiv wird dieses langwellige Licht über einen Bandpassfilter herausgefiltert. Der Bandpassfilter hat eine Zentralwellenlänge von $\lambda_{\text{ZWL}} = 533,4\text{nm}$ und eine Bandbreite von 9,1nm bei 50% Transmission. Seine gemessene Transmissionscharakteristik ist in Anhang B.4 in Abbildung B.1 wiedergegeben. Dieser Filter lässt im Wesentlichen nur die Signalwellenlänge, d.h. das unverschobene Partikel–Streulicht, durch und blockiert das wellenlängenverschobene Sekundärlicht, das mit der Wand Kontakt hatte. Über diesen Filtermechanismus lassen sich effektiv Wandreflexe eliminieren.

Zur Aufnahme des Fluoreszenzfarbstoffes werden unterschiedliche Lackzusammensetzungen getestet, um eine möglichst homogene Rhodamin–Verteilung im Lack zu erreichen.

Das in Pulverform vorliegende Rhodamin 6G wird zunächst in Methanol gelöst. Zu dieser Lösung wird Tetrahydrofuran (THF) gegeben. Dieses Lösungsmittel ist in der Lage,

Inhaltsstoff	Menge
hochglänzender Klarlack, lösemittelhaltig	100ml
Rhodamin 6G	0,25g
MeOH	ca. 10ml
THF	ca. 10ml

Tabelle 3.1: Zusammensetzung der Lackmischung zur Lackierung der Wände für wandnahe Messungen.

den Lack anzulösen und notwendig, um den gelösten Farbstoff in den Lack zu bringen. Die beste hergestellte Mischung ist mit ihren Mengenverhältnissen in Tabelle 3.1 angegeben. Die Lackmischung muss gerade so dünnflüssig sein, dass sie sich mit Hilfe einer Airbrush-Pistole auf die Oberflächen aufsprühen lässt. Gute Lackmischungen zeichnen sich dadurch aus, dass der Farbstoff homogen im Lack gelöst wird und nicht klumpt oder ausfällt. Das hängt maßgeblich von der Wahl der Lösungsmittel und dem verwendeten Lack ab. Um stabilere Mischungen zu erreichen, bietet sich für die Zukunft an, auch mit Tensiden zu arbeiten, um die Dispersion zu stabilisieren, die durch die Farbstoffzugabe gestört ist.

Nach zahlreichen Tests hat sich ein hochglänzender Klarlack auf Acrylharzbasis als geeignetster Trägerlack herausgestellt. Obwohl die stark reflektierende Oberfläche eigentlich unvorteilhaft erscheint, haben Versuche mit Mattlacken deutlich schlechtere Ergebnisse hinsichtlich der Auslöschung von Streulicht ergeben. Ein Vergleich von verschiedenen Lackzusammensetzungen ist in Abbildung 3.4 dargestellt. Für diese Abbildung wurden Objektträger mit unterschiedlichen Lackmischungen lackiert und auf einer grau eingefärbten Acrylglasplatte befestigt. Die verschiedenen Lackproben wurden mit defokussiertem Laserlicht unter nahezu senkrechtem Einfall beleuchtet und durch den Bandpassfilter mit der CCD-Kamera aufgenommen. Ein Linienscan über die verschiedenen lackierten Bereiche liefert die von der Kamera detektierten Grauwerte. Ein hoher Grauwert bedeutet eine starke Reflexion, ein niedriger Grauwert steht für eine schwache Reflexion der Signalwellenlänge, d.h. für eine effektive Wellenlängenverschiebung.

Die in Abbildung 3.4 verwendete Probe B1 ist ein wasserlöslicher Mattlack, der gefiltert wurde, um ausgeflockte Polymerpartikel zu entfernen. Sie weist geringe Grauwerte im Linienscan auf und hat damit ein akzeptables Auslöschungsverhalten. Der Bereich B2 wurde mit einem lösemittelhaltigen Klarlack besprüht. Der Lack hat die in Tabelle 3.1 angegebene Zusammensetzung und zeigt im Vergleich das beste Auslöschungsverhalten. Demgegenüber ist die im grünen Wellenlängenbereich reflektierte Intensität von Probe B3 deutlich stärker. Hier ist die Basis ein lösungsmittelhaltiger Mattlack. Bei Probe B4 handelt sich um die gleiche Zusammensetzung wie Probe B1, allerdings wurde hier der Lack auf die Rückseite des Objektträgers aufgebracht. Das Laserlicht trifft hier also zunächst auf die ebene Glasscheibe und wird erst nach dem Passieren der Scheibe vom Lack absorbiert bzw. emittiert. Der schmale Streifen B5 und der schmale Bereich zwischen B1 und B2 ist das Signal, das man von der unbehandelten, grau eingefärbten Acrylglasplatte erhält.

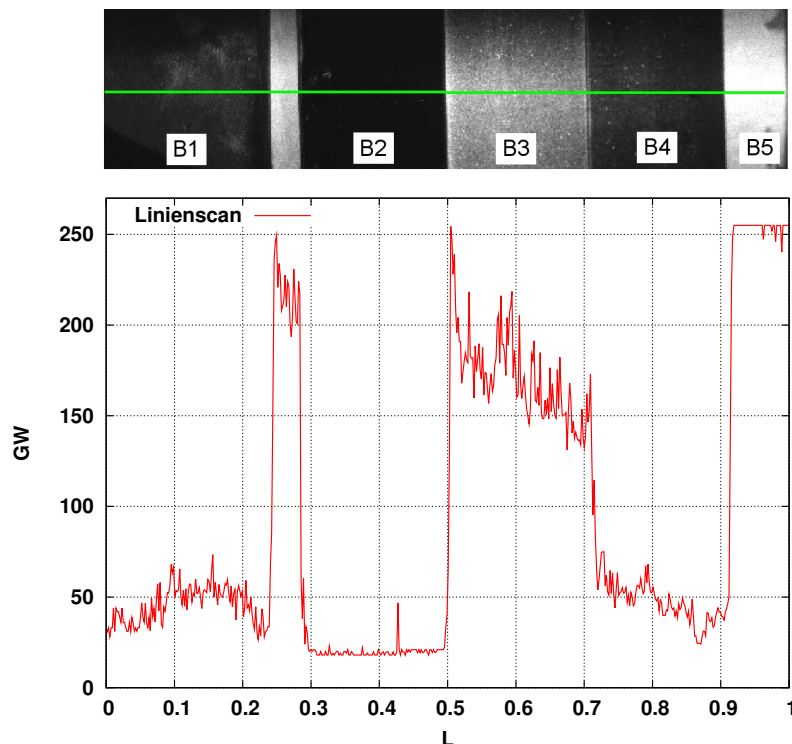


Abbildung 3.4: Vergleich von verschiedenen Oberflächenlackierungen mit Rhodamin 6G bei der Beleuchtung mit Laserlicht: Im oberen Bild ist das Kamerabild dargestellt und im unteren ein Linienscan, der die Grauwertverteilung entlang der oben eingezeichneten Linie wiedergibt.

An der Auftragung der Grauwerte im unteren Teil von Abbildung 3.4 kann deutlich die schlechtere Wirkung von Mattlacken ausgemacht werden. Mattlacken werden in der Regel Streupartikel beigemischt. Diese sorgen unter anderem für eine im Vergleich zum Glanzlack raue Oberfläche. Aus diesem Grund wird ein Großteil des eintreffenden Sekundärlichtes schon an der Oberfläche gestreut, ohne in den Lack einzudringen und dort frequenzverschoben zu werden. Der Filtermechanismus ist hier also längst nicht so effizient wie bei Klarlacken, bei denen die Wellenlängenkonversion deutlich besser funktioniert.

3.2.2 Erzeugung von angepassten Lichtschnitten

Ein weiterer wichtiger Aspekt, der zu kontrastreichen Bildern beiträgt, ist die Intensität des Signalstreulichtes. Eine hohe Leistungsdichte des Lichtschnittes ist hierfür die Voraussetzung. Eine beliebige Erhöhung der Laserleistung ist allerdings nach der Darstellung im vorangegangenen Abschnitt 3.2.1 problematisch. Mit der Erhöhung der Laserleistung steigt neben der Intensität des Signalstreulichtes das sekundäre Hintergrundrauschen

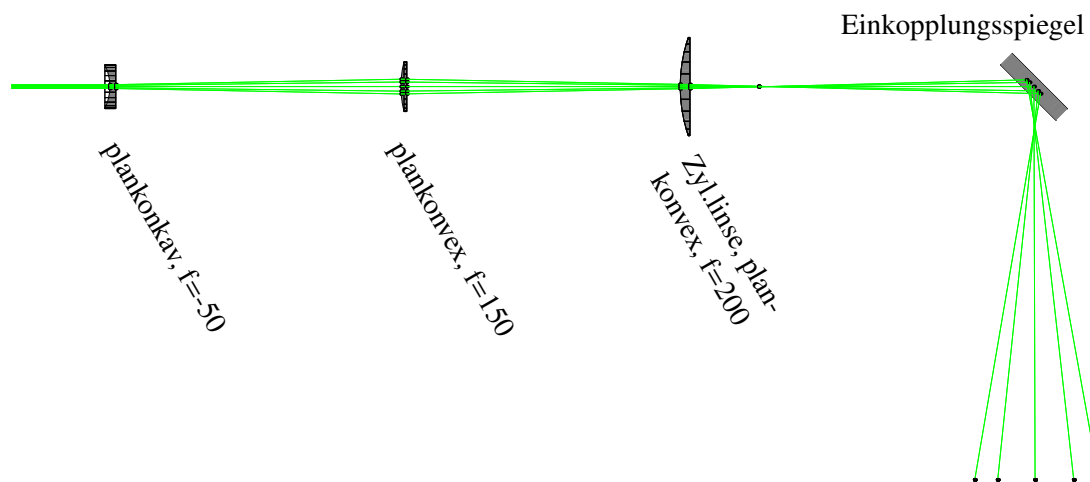


Abbildung 3.5: Darstellung des Linsensystems und des Strahlengangs in einer typischen entworfenen Lichtschnitt-Optik

an, wenn z.B. eine Sättigung des Farbstoffes eintritt. Außerdem sorgen Reflexionen an den geometrischen Einbauten, wie Kältemittelrohre etwa, für eine stärkere Hintergrundbeleuchtung, was gleichfalls das Rauschen in die Höhe treibt.

Die Leistung des in dieser Arbeit eingesetzten Continuum Minilite PIV Lasers liegt mit 25mJ im unteren Bereich der heutzutage erhältlichen PIV-Systeme. Mit der mitgelieferten Standardoptik können nur schwer Lichtschnitte erzeugt werden, die für wandnahe Messungen geeignet sind. Ein Hauptproblem ist, dass die erzeugten Lichtschnitte deutlich zu groß für hochauflösende Messungen sind, so dass die Leistungsdichte im aufgenommenen Bildausschnitt zu gering ist. Zudem ist der erzielbare Öffnungswinkel $\gamma_{1/2}$ zu groß, so dass tiefer in der Geometrie, d.h. bei größerem y_T , nicht dicht genug an der Wand gemessen werden kann.

Aus diesem Grunde wird die Lichtschnittoptik neu entworfen. Das Ziel dabei ist, Lichtschnitte zu erzeugen, die in ihrer Breite auf den zu untersuchenden Bildausschnitt abgestimmt sind, um somit bei gegebener Laserleistung die für den gegebenen Ausschnitt maximale Leistungsdichte zu erzielen. In Kombination mit einem lichtstarken Makroobjektiv (Sigma EX 105/2.5 Macro) kann auf diese Weise eine signifikante Verbesserung der Bildqualität erreicht werden. Außerdem kann durch die Erzeugung von Lichtschnitten mit extrem kleinem Taillen- bzw. Öffnungswinkel $\gamma_{1/2}$ der Wandabstand auf $\delta_{LS} < 1\text{mm}$ reduziert werden.

Generelle Schemata von Linsensystemen zur Erzeugung von Lichtschnitten sind in [14] aufgeführt. Ein typisches Beispiel einer hier eingesetzten Lichtschnittoptik ist in Abbildung 3.5 zu sehen. Das dargestellte System besteht aus einer plankonkaven Linse mit einer Brennweite von $f = -50$, gefolgt von einer Plankonvexlinse mit $f = 150$ und einer plankonvexen Zylinderlinse mit $f = 200$.

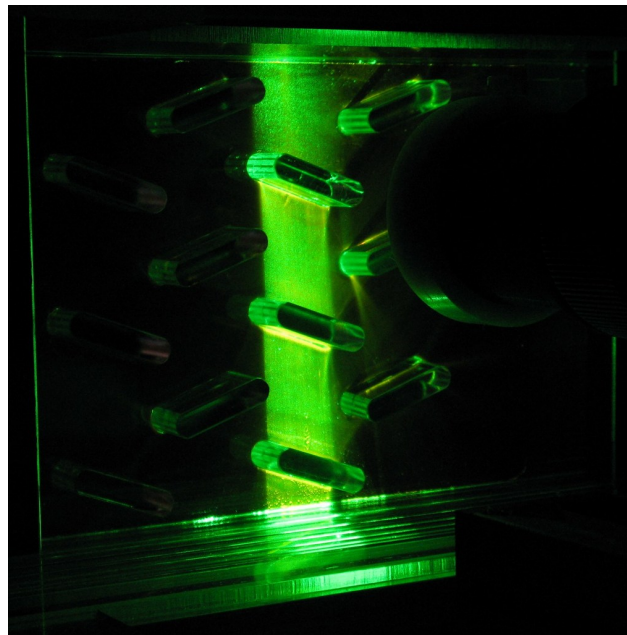


Abbildung 3.6: Foto eines optimierten Lichtschnitts: Die Breite des von oben eintretenden Lichtschnitts ist auf die Länge der Flachrohre eingestellt, um für eine Messung unterhalb der Rohre der dritten Rohrreihe die maximale Lichtintensität zu erhalten. Der Wandabstand beträgt $z/h_{1/2} = 0,1$.

Mit diesem Lichtschnitt können für Messungen von 2D-Feldern parallel zur Wand absolute Wandabstände von $\delta_{LS} \approx 0,5\text{mm}$ erzielt werden. Ein Beispiel eines parallelen, optimierten Lichtschnitts ist in Abbildung 3.6 dargestellt. In Kombination mit der spektralen Filterung von wellenlängenverschobenem Streulicht der Wand (vgl. Abschnitt 3.2.1) sind auf diese Weise qualitativ hochwertige Messungen in Wandnähe möglich.

3.3 Auswertung und Aufbereitung der Messdaten

Die aufgenommenen Rohbilder werden mit Hilfe der kommerziellen Software VidPIV in der Version 4.0, wie sie von der Firma ILA GmbH mitgeliefert wurde, ausgewertet. Wenn nicht anders erwähnt, wird in der Regel mit 32×32 Pixel großen Abfragefenstern und einem Überlapp von 50% gearbeitet. Pro Messreihe werden, falls nicht anders erwähnt, 200 Doppelbilder aufgenommen. Die Parameter und Auswertungsschemata basieren auf Untersuchungen von Bender mit demselben System (vgl. [15]).

Die Auswertung ergibt Geschwindigkeitsfelder mit 83×67 Datenpunkten. Diese werden im Ascii-Format exportiert und können weiterverarbeitet werden. Die Berechnung von abgeleiteten Größen wie Gradientenfeldern erfolgt mit Hilfe von selbst implementierten

Matlab®-Skripten [17]. Für einfachere Berechnungen und die komplette Visualisierung werden selbst entwickelte OpenDX-Netzwerke [18] benutzt.

In den folgenden Abschnitten werden Details zu den Berechnungsverfahren genauer erläutert.

3.3.1 Berechnung von abgeleiteten Geschwindigkeitsgrößen

Die Berechnung von Ableitungen bzw. Gradienten aus planaren PIV-Geschwindigkeitsfeldern findet auf einem äquidistanten, zweidimensionalen Gitter statt. Für die Berechnung von Ableitungen von diskreten Funktionen existieren verschiedene Schemata, die mehr oder weniger gut geeignet sind für die Auswertung von PIV-Feldern. Ein Vergleich dazu ist z.B. in [14] angegeben.

Da die Geschwindigkeitsbilder wegen des 50%-Überlapps ein zweifaches Oversampling aufweisen und benachbarte Datenpunkte somit nicht unkorreliert sind, wird die Zirkulationsmethode verwendet. Sie basiert auf der Verknüpfung von Wirbelstärke $\vec{\omega}$ und der Zirkulation Γ über den Stokes'schen Satz:

$$\iint 2 \vec{\omega} d\vec{A} = \iint \vec{\nabla} \times \vec{U} d\vec{A} = \oint \vec{U} d\vec{l} = \Gamma \quad (3.1)$$

Der Faktor 2 wird hier aus Konsistenzgründen benutzt, damit die Größe $\vec{\omega}$ mit der spezifischen Definition in Gleichung 3.3 übereinstimmt. Damit reduziert sich die Berechnung der Wirbelstärke auf die Auswertung eines Wegintegrals. Wird obiges Ergebnis in diskreter Formulierung ausgeschrieben, ist zu erkennen, dass insgesamt zwölf Stützstellen zur numerischen Berechnung der Ableitung herangezogen werden (vgl. [14, 15]).

Mathematisch kann die Berechnung recht elegant mit Hilfe einer Faltung beschrieben werden. Mit den Faltungskernen

$$\Delta \mathbf{X} = \frac{1}{8\Delta x} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \Delta \mathbf{Y} = \frac{1}{8\Delta y} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

und der Definition der z-Komponente der Wirbelstärke

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \right) \quad (3.3)$$

kann diese geschrieben werden als:

$$\omega_z = \frac{1}{2} (\mathbf{V} \star \Delta \mathbf{X} - \mathbf{U} \star \Delta \mathbf{Y}) \quad (3.4)$$

Dabei sind $\mathbf{U} = (U_{ij})$ bzw. $\mathbf{V} = (V_{ij})$ die in Matrixform geschriebenen x- bzw. y-Komponenten des Geschwindigkeitsfeldes. Das Symbol \star steht für die Faltungsoperation.

Die Differentiation in einer Raumrichtung wird also zu einer Faltung mit dem korrespondierenden Faltungskern. Nach diesem Schema lassen sich auch andere Geschwindigkeitsableitungen berechnen (vgl. [15]).

In dieser Arbeit wird häufig der Gradient der Out-Of-Plane-Geschwindigkeitskomponente W verwendet. Dieser lässt sich bei planarer PIV nur für inkompressible Strömungen bestimmen. In diesem Fall vereinfacht sich die Kontinuitätsgleichung zu $\vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0$, und es gilt:

$$\left(\frac{\partial W}{\partial z} \right)_{ij} = -(\mathbf{U} \star \Delta \mathbf{X} + \mathbf{V} \star \Delta \mathbf{Y}) . \quad (3.5)$$

Weiterhin wird die lokale Entropieproduktion in den gemessenen 2D-Feldern bestimmt. Eine Bilanzierung der Entropie für materielle Teilchen ergibt zwei Beiträge, über die sich die Entropie im Bilanzraum ändern kann: Zum einen einen reversiblen Term und zum anderen einen irreversiblen, der auch als Entropieproduktionsterm bezeichnet wird (vgl. z.B. [19]):

$$\rho \frac{Ds}{Dt} = \underbrace{-\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{q}}{T} \right)}_{\dot{\underline{S}}_{\text{rev}}} + \underbrace{\frac{\Phi}{T} + \frac{\Phi_{\Theta}}{T^2}}_{\dot{\underline{S}}_{\text{Prod}}} . \quad (3.6)$$

Der Entropieproduktionsterm selbst besteht aus einem viskosen Anteil Φ und einem thermischen Anteil Φ_{Θ} . In dieser Arbeit werden keine Temperaturfelder vermessen, deshalb soll nur der viskose Term ausgewertet werden. Das ist der Beitrag des Strömungsfeldes zur Entropieproduktion. Die Entropieproduktion durch Wärmetransport ist nicht zugänglich.

Um eine Strömungsform hinsichtlich ihrer viskosen Entropieproduktion zu qualifizieren, bietet es sich an, die mittlere Produktionsrate heranzuziehen. Mit der Reynolds'schen Aufteilung der instantanen Geschwindigkeiten gemäß

$$\vec{U} = \langle \vec{U} \rangle + \vec{u} \quad (3.7)$$

schreibt sich die viskose Entropieproduktion (vgl. auch [20]) zu:

$$\begin{aligned} \left\langle \left(\frac{\Phi}{T} \right) \right\rangle &= \frac{\eta}{\langle T \rangle} \left[2 \left\{ (\partial_x \langle U \rangle)^2 + (\partial_y \langle V \rangle)^2 + (\partial_z \langle W \rangle)^2 \right\} \right. \\ &\quad \left. + (\partial_y \langle U \rangle + \partial_x \langle V \rangle)^2 + (\partial_z \langle U \rangle + \partial_x \langle W \rangle)^2 + (\partial_z \langle V \rangle + \partial_y \langle W \rangle)^2 \right] \\ &\quad + \frac{\eta}{\langle T \rangle} \left[2 \left\{ \langle (\partial_x u)^2 \rangle + \langle (\partial_y v)^2 \rangle + \langle (\partial_z w)^2 \rangle \right\} \right. \\ &\quad \left. + \langle (\partial_y u + \partial_x v)^2 \rangle + \langle (\partial_z u + \partial_x w)^2 \rangle + \langle (\partial_z v + \partial_y w)^2 \rangle \right] \\ &= \dot{\underline{S}}_{\text{dir}} + \dot{\underline{S}}_{\text{ind}} . \end{aligned} \quad (3.8)$$

In dieser Gleichung wird die Kurznotation $\partial_x \widehat{=} \partial/\partial x$ verwendet. Der erste Anteil in 3.8, der die Beiträge des mittleren Geschwindigkeitsfeldes enthält, wird auch als direkte Dissipation bezeichnet. Die Fluktuationsterme des zweiten Teils werden auch unter dem Namen indirekte oder turbulente Dissipation zusammengefasst.

Für die verfügbaren zweidimensionalen Datensätze können nur die Terme berechnet werden, die weder Gradienten in z -Richtung enthalten noch die Geschwindigkeitskomponente W . Die einzige Ausnahme bilden — wie oben schon erwähnt — aufgrund der Inkompressibilität der Strömung die Terme mit $\partial_z \langle W \rangle$ und $\partial_z w$. Die in einem zweidimensionalen Strömungsfeld zur turbulenten oder indirekten viskosen Dissipation beitragenden Terme schreiben sich als

$$\begin{aligned} \dot{\underline{S}}_{\text{ind,2D}} = \frac{\eta}{\langle T \rangle} & \left[2 \left\{ \langle (\partial_x u)^2 \rangle + \langle (\partial_y v)^2 \rangle + \langle (\partial_z w)^2 \rangle \right\} \right. \\ & \left. + \langle (\partial_y u + \partial_x v)^2 \rangle \right]. \end{aligned} \quad (3.9)$$

3.4 Strukturelle Analyse von Strömungsfeldern mit Hilfe der „Proper Orthogonal Decomposition“

Die Suche nach dem Zusammenhang zwischen Strömungsstrukturen und Wärmeübergangsstrukturen ist gerade bei instationären Strömungen in komplizierten Geometrien vielfach schwierig. In der Regel handelt es sich um komplexe dynamische Systeme, die durch die Navier–Stokes–Gleichung 2.2 beschrieben werden. Betrachtet man in turbulenten Vorgängen die Felder der Geschwindigkeitsfluktuationen, ist es aufgrund des ihnen innewohnenden chaotischen Charakters nahezu unmöglich, strukturelle Informationen zu erhalten.

Es ist daher nicht verwunderlich, dass in der Turbulenzforschung versucht wird, derartige Systeme trotz ihrer Komplexität und der potentiell chaotischen Struktur auf wenige dominierende oder charakteristische Eigenschaften zu reduzieren. Häufig taucht in diesem Zusammenhang der Begriff der „Kohärenten Strukturen“ auf. Das sind räumliche oder zeitliche „Muster“, die für bestimmte Strömungsformen charakteristisch sind und eine niedrigdimensionale Beschreibung möglich erscheinen lassen. Trotz ihrer Popularität ist eine mathematisch exakte Definition schwierig (vgl. [21]).

Im Zusammenhang mit der Analyse kohärenter Strukturen fällt in den letzten 20 Jahren häufig der Begriff „Proper Orthogonal Decomposition“ oder abgekürzt POD. Sie ist eine mathematisch fundierte Methode, um die Dynamik in komplexen unendlichdimensionalen Systemen in sogenannte Basisfunktionen zu zerlegen und damit auf wenige dominierende Eigenschaften zu reduzieren. Diese Basisfunktionen sind eng verknüpft mit dem Begriff der kohärenten Strukturen. Eine ausführliche Behandlung aller vorgenannten Aspekte auch unter Einbeziehung der Chaostheorie und mit einer umfassenden Literaturliste ist in [22] gegeben.

Die POD ist aufgrund ihres mathematisch abstrakten Charakters auf den unterschiedlichsten Gebieten anwendbar (vgl. z.B. [23, 24, 25, 26, 27]). Sie ist je nach Anwendungsgebiet unter verschiedenen Namen bekannt. In der Statistik läuft sie unter dem Begriff Karhunen–Loève–Zerlegung (KLD), in der Meteorologie findet man sie als Prinzipalkomponenten–Analyse (PCA) und in der Mathematik auch als Einzelwertzerlegung oder Singular Value Decomposition (SVD).

In der Turbulenzforschung erlangte die POD insbesondere durch Lumley Bedeutung [28, 29]. Er sah sie als Mittel an, zu einer mathematischen Definition der kohärenten Strukturen zu gelangen. Bis Mitte der 80er Jahre wurden außer von Lumley nur wenige Arbeiten zu diesem Thema veröffentlicht. Die rasche Entwicklung auf dem Gebiet der Computertechnik hat sicherlich dazu beigetragen, dass die rechenintensive Methode in den unterschiedlichsten Anwendungen in den 80er und 90er Jahren deutlich populärer wurde (vgl. [30]).

Im Folgenden wird dargestellt, wie die POD zur Analyse von Geschwindigkeitsfeldern formuliert werden kann. Dem ist zunächst eine kurze Beschreibung der verwendeten mathematischen Notation vorangestellt.

3.4.1 Mathematische Notation

Für die in den nachfolgenden Abschnitten dargestellten Ergebnisse sind einige Notationen notwendig, die aus der Algebra auf Vektorräumen stammen. Der natürliche Raum der Fluidodynamik ist der L^2 , der unendlichdimensionale Hilbert-Raum der reell- oder komplexwertigen quadratintegrierbaren Funktionen. Wir betrachten einen abgeschlossenen und beschränkten Bereich $\Omega_S \subset \mathbb{R}^n$, so dass wir auch schreiben $L^2(\Omega_S)$.

Quadratintegrabilität bedeutet, dass für Funktionen $\vec{f}: \Omega_S \rightarrow \mathbb{R}^m$ gilt

$$\left[\int_{\Omega_S} |\vec{f}(\vec{x})|^2 d\vec{x} \right]^{1/2} < \infty. \quad (3.10)$$

Der Ausdruck $|\cdot|$ steht dabei für den Absolutbetrag bzw. die Euklid'sche Norm.

Für diesen L^2 existiert ein Skalarprodukt, das notiert wird als:

$$(\vec{f}, \vec{g}) = \int_{\Omega_S} \vec{f}^T(\vec{x}) \vec{g}^*(\vec{x}) d\vec{x}. \quad (3.11)$$

Die hier verwendete Schreibweise \vec{f}^T steht für den transponierten Vektor $\vec{f}^T = (f_1 \ f_2 \ \dots \ f_n)$. Das Zeichen $*$ steht für die komplexe Konjugation. Im Integranden von 3.11 steht also das Euklid'sche Skalarprodukt $(\vec{f}, \vec{g}) = \sum_{i=1}^n f_i g_i$ des \mathbb{R}^n .

Das L^2 -Skalarprodukt (3.11) induziert eine Norm, die definiert ist als:

$$\|\vec{f}\| = (\vec{f}, \vec{f})^{1/2} = \left[\int_{\Omega_S} \vec{f}^T(\vec{x}) \vec{f}^*(\vec{x}) d\vec{x} \right]^{1/2}. \quad (3.12)$$

Quadratintegrabilität ist in diesem Zusammenhang gleichbedeutend mit der Aussage, dass die Norm beschränkt ist, d.h. dass

$$\|\vec{f}\| = \left[\int_{\Omega_S} |\vec{f}(\vec{x})|^2 d\vec{x} \right]^{1/2} < \infty$$

gilt.

Die Elemente dieses L^2 's sind in der Fluidodynamik die Geschwindigkeitsfelder $\vec{U}(\vec{x}, t)$. Die Bedingung 3.10 ist daher auf natürliche Weise erfüllt, denn es gilt

$$\int_{\Omega_S} |\vec{U}|^2 d\vec{x} < \infty. \quad (3.13)$$

Schließlich ist die kinetische Gesamtenergie $\int_{\Omega_S} \rho |\vec{U}|^2 d\vec{x}$ auf Ω_S endlich. Man überzeugt sich schnell, dass das Strömungsfeld $\vec{U}(\vec{x}, t)$ sämtlichen anderen Forderungen des L^2 's genügt.

Häufig wird in dieser Arbeit die Zerlegungen von Feldern in Basisfunktionen betrachtet. Geschrieben wird dies wie folgt:

$$\vec{U}(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i(t) \vec{\varphi}_i(\vec{x}), \quad \text{oder auch} \quad \vec{U}_n(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i(n) \vec{\varphi}_i(\vec{x}). \quad (3.14)$$

Die Reihenentwicklung konvergiert in der L^2 -Norm gegen \vec{U} . In 3.14 steht $\vec{\varphi}_i(\vec{x})$ für die i -te Basisfunktion. Der Index ist hier nicht mit der Komponente φ_i des Vektors $\vec{\varphi}$ zu verwechseln. Durch Anwendung des Vektorpfeils sollte das aber ausgeschlossen sein. Die Faktoren $a_i(t)$ sind die zeitabhängigen Entwicklungskoeffizienten.

Das Symbol $\langle \cdot \rangle$ steht, falls nicht anders angegeben, für die Ensemblemittelungs-Operation. Falls eine Zeitmittelung $\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int^T \cdot dt$ gemeint ist, wird darauf explizit hingewiesen. Das mittlere Geschwindigkeitsfeld aus einer Menge von M zu unterschiedlichen Zeiten t_n gemessenen Geschwindigkeitsfeldern $\{\vec{U}(\vec{x}, t_n)\}_{n=1}^M$ berechnet sich also nach:

$$\langle \vec{U}(\vec{x}, t) \rangle = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \vec{U}_n(\vec{x}). \quad (3.15)$$

Hier steht analog $\vec{U}_n(\vec{x})$ für das zur Zeit $t_n = n\tau$ gemessene Geschwindigkeitsfeld $\vec{U}(\vec{x}, t_n)$. Die Größe τ ist die Zeitskala, auf der die Messungen gemacht werden. Sie wird deutlich größer gewählt als jede relevante Korrelationszeit der betrachteten Strömung. Die Messungen sind also unkorreliert und damit statistisch unabhängig. Die Gültigkeit der Ergodenhypothese, d.h. der Äquivalenz von Ensemble- und Zeitmittelung für hinreichend große Ensemble, wird vorausgesetzt.

Im Zusammenhang mit dem Autokorrelationstensor taucht neben dem inneren Produkt $(\vec{U}, \vec{V}) = \vec{U}^T \vec{V}$ das dyadische oder äußere Produkt des \mathbb{R}^d auf, welches geschrieben wird als:

$$\vec{U} \otimes \vec{V} = \vec{U} \vec{V}^T. \quad (3.16)$$

Das dyadische Produkt ist ein Tensorprodukt.

Matrizen bzw. Tensoren werden mit fetten Buchstaben kenntlich gemacht. In diesem Sinne schreibt sich z.B. der mittlere Autokorrelationstensor wie folgt:

$$\mathbf{R} = \langle \vec{U}(\vec{x}) \otimes \vec{U}(\vec{x}') \rangle. \quad (3.17)$$

Im Zusammenhang mit der sogenannten Gappy-POD werden noch einige spezifische Schreibweisen verwendet. Hier werden spezielle Geschwindigkeitsfelder wie folgt benannt:

$\vec{U}_n^\diamond(\vec{x}) :$	Geschwindigkeitsfeld, bei dem im Messgebiet an gewissen Punkten \vec{x} Daten fehlen ;
$\tilde{\vec{U}}_n(\vec{x}) :$	approximiertes Geschwindigkeitsfeld ;
$\vec{U}_n^{[i]}(\vec{x}) :$	Geschwindigkeitsfeld, das aus der i -ten Iteration stammt .

3.4.2 Theoretische Grundlagen

Wie im vorangegangenen Kapitel bereits erläutert, nutzt die POD Eigenschaften von Hilbert-Räumen aus. Die POD ist, allgemein gesprochen, eine orthogonale Zerlegung oder Entwicklung von komplexwertigen vektoriellen Funktionen. Die Zerlegung geschieht mit Hilfe eines speziellen Satzes an orthogonalen Basisfunktionen $\{\vec{\varphi}_n\}$, für die also das Skalarprodukt $(\vec{\varphi}_i, \vec{\varphi}_j)$ für $i \neq j$ verschwindet. Diese speziellen orthogonalen Funktionen ergeben sich aus der Forderung, dass die Entwicklung optimal ist. Das bedeutet, dass die endliche R-dimensionale Entwicklung

$$\vec{U}^{(R)}(\vec{x}, t) = \sum_{j=1}^R a_j(t) \vec{\varphi}_j(\vec{x}) \quad (3.18)$$

besser ist als jede andere Entwicklung. Mit den speziellen Basisfunktionen $\vec{\varphi}_i$ beschreibt die Näherung $\vec{U}^{(R)} \approx \vec{U}$ die Funktion \vec{U} besser als jede andere R-dimensionale Darstellung in einer beliebigen anderen Basis.

Etwas mathematischer ausgedrückt bedeutet das, dass die mittlere orthogonale Projektion von typischen Hilbert-Raum-Elementen \vec{U} auf den von den Basisvektoren $\vec{\varphi}_1 \dots \vec{\varphi}_R$ aufgespannten R-dimensionalen Unterraum maximal wird. Das wird ausgedrückt durch die Forderung:

$$\max_{\vec{\varphi} \in L^2(\Omega_S)} \frac{\langle |(\vec{U}, \vec{\varphi})|^2 \rangle}{\|\vec{\varphi}\|^2} . \quad (3.19)$$

Der Nenner dient hier lediglich der Normierung. Mithilfe einer Variationsrechnung (vgl. z.B. [22]) kann gezeigt werden, dass man die gesuchten $\vec{\varphi}$'s erhält, wenn sie folgende Gleichung lösen:

$$\int_{\Omega_S} \mathbf{R}(\vec{x}, \vec{x}') \vec{\varphi}(\vec{x}') d\vec{x}' = \lambda \vec{\varphi}(\vec{x}) . \quad (3.20)$$

Hierbei ist \mathbf{R} der mittlere Autokorrelationstensor:

$$\mathbf{R}(\vec{x}, \vec{x}') = \langle \vec{U}(\vec{x}) \otimes \vec{U}^*(\vec{x}') \rangle = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_i^M \vec{U}_i(\vec{x}) \otimes \vec{U}_i^*(\vec{x}') . \quad (3.21)$$

Die Eigenwertgleichung 3.20 kann auch knapp mit Hilfe eines Integraloperators geschrieben werden, nämlich:

$$\mathfrak{R} \vec{\varphi} = \lambda \vec{\varphi} \quad \text{mit} \quad \mathfrak{R} \vec{\varphi} = \int_{\Omega_S} \mathbf{R}(\vec{x}, \vec{x}') \vec{\varphi}(\vec{x}') d\vec{x}' .$$

Aufgrund der Stetigkeit der Geschwindigkeitsfelder ist der Autokorrelationsoperator \mathfrak{R} ebenfalls stetig. Er ist außerdem kompakt und selbstadjungiert. Diese Tatsache bedingt wichtige Eigenschaften, die im Rahmen der POD ausgenutzt werden. Für den Beweis der Kompaktheit sei auf [22] verwiesen.

Vom Blickwinkel der Integralgleichungstheorie ist Gleichung 3.20 eine homogene Fredholm'sche Integralgleichung der zweiten Art. Der Autokorrelationstensor $\mathbf{R}(\vec{x}, \vec{x}')$ ist der Kern. Aufgrund seiner Konstruktion ist er symmetrisch, d.h. $\mathbf{R}(\vec{x}, \vec{x}') = \mathbf{R}(\vec{x}', \vec{x})$, und im vorliegenden Fall reell. Bei diesen speziellen Eigenschaften ist die sogenannte Hilbert–Schmidt–Theorie anwendbar, die garantiert, dass Gleichung 3.20 abzählbar unendlich viele Lösungen hat, die Eigenwerte reell und positiv und die Eigenvektoren paarweise orthogonal sind.

Der Kern $\mathbf{R}(\vec{x}, \vec{x}')$ ist eine kontinuierliche Funktion. Sowohl im Experiment als auch in der Numerik wird er daher nie vollständig bekannt sein. Es existieren hier lediglich Geschwindigkeitsinformationen an diskreten Punkten und nur eine endliche Anzahl von Ensemblemitgliedern für die Mittelung. Der Kern kann also lediglich approximiert werden gemäß:

$$\mathbf{R}(\vec{x}, \vec{x}') = \left\langle \vec{U}_n(\vec{x}) \otimes \vec{U}_n^*(\vec{x}') \right\rangle = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \vec{U}_n(\vec{x}) \otimes \vec{U}_n^*(\vec{x}') . \quad (3.22)$$

Dabei ist M endlich. Man spricht in diesem Fall auch von einem separierbaren oder entarteten Kern. Für den Fall $M \rightarrow \infty$ wäre \mathbf{R} nicht entartet. Es gibt aber eine Möglichkeit, unter diesen Voraussetzungen die Eigenfunktionen $\vec{\varphi}$ ohne die direkte Bestimmung des Kerns zu berechnen. Diese interessante und numerisch zudem sehr effiziente Vorgehensweise ist in Abschnitt 3.4.3 beschrieben.

Die M Eigenwerte des Kerns werden bei der POD entsprechend ihrer Größe sortiert, so dass gilt:

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_M$$

Die korrespondierenden Eigenvektoren werden ebenso geordnet.

Wie oben bereits erwähnt, sind die Eigenvektoren $\vec{\varphi}$ paarweise orthogonal. Sie können mit der L^2 –Norm geeignet normiert werden. Fortan sollen nun die Eigenvektoren, wenn nicht anders vermerkt, normiert sein, so dass gilt:

$$(\vec{\varphi}_i, \vec{\varphi}_j) = \delta_{ij}$$

mit δ_{ij} als Kronecker–Tensor.

Diese Eigenvektoren spannen einen Unterraum des $L^2(\Omega_S)$ auf, in dem \mathfrak{R} gemäß der Hilbert–Schmidt–Theorie diagonal wird und geschrieben werden kann als:

$$\mathbf{R}(\vec{x}, \vec{x}') = \left\langle \vec{U}(\vec{x}) \otimes \vec{U}^*(\vec{x}') \right\rangle = \sum_i^{\infty} \lambda_i \vec{\varphi}_i(\vec{x}) \otimes \vec{\varphi}_i^*(\vec{x}') . \quad (3.23)$$

Die eben beschriebenen Eigenschaften sollen kurz mathematisch formuliert werden. Zunächst kann jedes Mitglied \vec{U}_n , das für die Mittelung in 3.21 herangezogen wurde, in der Orthonormalbasis $\{\vec{\varphi}_i\}_{i=1}^{\infty}$ dargestellt werden:

$$\vec{U}_n(\vec{x}) = \lim_{M \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^M a_j^n \vec{\varphi}_j(\vec{x}) . \quad (3.24)$$

Die Koeffizienten werden durch orthogonale Projektion auf die Basisvektoren bestimmt:

$$a_j^n = (\vec{U}_n, \vec{\varphi}_j) .$$

Sie sind unkorreliert, und der Mittelwert ihrer Quadrate ist gerade der korrespondierende Eigenwert des Autokorrelationstensors:

$$\langle a_i^n a_j^{n*} \rangle = \delta_{ij} \lambda_i .$$

Die bisherigen Ergebnisse zeigen, dass die gemittelten Quadrate der Entwicklungskoeffizienten a_i^2 der mittleren kinetischen Energie pro Masseneinheit $\langle \epsilon_{\text{kin}} \rangle$ entsprechen, denn

$$\begin{aligned} \langle \epsilon_{\text{kin}} \rangle &= \frac{1}{2} \langle \|\vec{U}\|^2 \rangle = \frac{1}{2} \langle (\vec{U}, \vec{U}) \rangle \\ &= \frac{1}{2} \left\langle \left(\sum_i a_i \vec{\varphi}_i, \sum_j a_j \vec{\varphi}_j \right) \right\rangle = \frac{1}{2} \left\langle \sum_{i,j} a_i a_j \underbrace{(\vec{\varphi}_i, \vec{\varphi}_j)}_{=\delta_{ij}} \right\rangle \\ &= \frac{1}{2} \left\langle \sum_i a_i^2 \right\rangle . \end{aligned} \quad (3.25)$$

Entsprechend gilt für den Beitrag der räumlichen Struktur $\vec{\varphi}_i$ zur gesamten kinetischen Energie der Strömung:

$$\langle \epsilon_{\text{kin},i} \rangle = \frac{1}{2} \langle a_i^2 \rangle = \frac{1}{2} \lambda_i . \quad (3.26)$$

Mit Hilfe der Energie, die in jeder Struktur enthalten ist, kann ebenso ihre Verteilung auf die verschiedenen Moden bewertet werden. In Anlehnung an die Definition der Shannon-Entropie kann nämlich die Größe $S(U)$ gebildet werden:

$$S(U) = \lim_{M \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^M p_i \log p_i \quad \text{mit} \quad p_i = \frac{\lambda_i}{\sum_j \lambda_j} . \quad (3.27)$$

Bei kleinen Werten der Entropie $S(U)$ ist die Energie überwiegend in den ersten Moden konzentriert. Bei hohen Werten verteilt sie sich gleichmäßig auf alle Moden. Aubry et al. (vgl. [31]) multiplizieren den Ausdruck 3.27 mit dem Normierungsfaktor $1/\log M$, um eine bessere Vergleichbarkeit zu gewährleisten. In diesem Fall wird $S(U) = 0$, wenn genau ein Eigenwert λ_i von Null verschieden ist. Dann ist sämtliche Energie in der ersten Basisfunktion konzentriert. Der Maximalwert liegt beim normierten Ausdruck bei $S(U) = 1$, wenn die Energie auf alle Strukturen gleichverteilt ist.

3.4.3 Numerisch effiziente Schnappschuss-Variante

Wie im vorangegangenen Kapitel bereits angedeutet, kann sowohl im Experiment als auch in einer numerischen Simulation der Kern $\mathbf{R}(\vec{x}, \vec{x}')$ lediglich approximiert werden (vgl.

Gleichung 3.22). Gleiches gilt entsprechend für die Eigenfunktionen des Kerns. In der Praxis ist dann auch die Entwicklung 3.24 endlich.

In der Form 3.22 ist der Kern separierbar oder entartet. Die Fredholm'sche Integralgleichungstheorie liefert, dass die Lösungen der Gleichung 3.20, d.h. die Eigenfunktionen von \mathbf{R} , als Linearkombinationen derjenigen Funktionen dargestellt werden können, aus denen der Kern gebildet wird:

$$\vec{\varphi}_i(\vec{x}) = \sum_{k=1}^M b_k^i \vec{U}_k(\vec{x}) . \quad (3.28)$$

Sirovich [32] hat gezeigt, dass sich auf diese Weise die Berechnung der Eigenfunktionen deutlich effizienter gestalten lässt und der Kern $\mathbf{R}(\vec{x}, \vec{x}')$ nicht einmal bekannt sein muss. Voraussetzung dafür ist, dass ein Ensemble $\{\vec{U}_n\}$ von n unkorrelierten Geschwindigkeitsfeldern vorliegt. Für diese gilt wie im vorangegangenen Abschnitt eingeführt:

$$\vec{U}_n(\vec{x}) = \vec{U}(\vec{x}, t_n) = \vec{U}(\vec{x}, n \tau) , \quad (3.29)$$

wobei τ eine Zeitspanne ist, die größer als alle relevanten Korrelationszeiten des Systems ist. Die unkorrelierten Geschwindigkeitsfelder \vec{U}_n werden als Schnappschüsse bezeichnet. Aus diesem Grund wird die hier beschriebene Variante der POD auch als Schnappschuss-Methode bezeichnet. Die Schnappschüsse können z.B. aus PIV-Messungen oder instationären numerischen Simulationen hervorgegangene Geschwindigkeitsfelder sein.

Wird ein unkorreliertes Ensemble $\{\vec{U}_n(\vec{x})\}_{n=1}^M$ von M Geschwindigkeitsfeldern angenommen und die Entwicklung 3.28 in die Eigenwertgleichung 3.20 eingesetzt, so gelangen wir nach einigen Umformungen zu folgender Eigenwertgleichung für die Entwicklungskoeffizienten b_k aus 3.28:

$$\mathbf{C} \vec{b} = \lambda^{(C)} \vec{b} \quad \text{mit } \vec{b} = (b_1, \dots, b_M) \text{ und } (C_{ij}) = \frac{1}{M} (\vec{U}_i, \vec{U}_j) . \quad (3.30)$$

Die Herleitung dieses Ausdruckes ist in Anhang A.1 angegeben.

Die $M \times M$ -Matrix \mathbf{C} ist wiederum symmetrisch und reel, d.h., sie lässt sich diagonalisieren, und die Eigenvektoren zu verschiedenen Eigenwerten sind orthogonal. Wie bei der direkten Methode werden die Eigenwerte und zugehörigen Eigenvektoren in absteigender Folge sortiert:

$$\lambda_1^{(C)} > \lambda_2^{(C)} \dots > \lambda_M^{(C)} .$$

Mit den nun bekannten Koeffizienten b_k^i können mit 3.28 die Basisfunktionen $\vec{\varphi}_i$ berechnet werden. Es gilt dann in Analogie zu 3.24:

$$\vec{U}_n(\vec{x}) = \sum_{j=1}^M a_j^n \vec{\varphi}_j(\vec{x}) \quad (3.31)$$

mit diesmal endlichem M und den Koeffizienten

$$a_j^n = (\vec{U}_n, \vec{\varphi}_j) . \quad (3.32)$$

In dieser Arbeit wird ausschließlich die Schnappschuss-Methode angewendet. In der Regel wird sie nicht mit den instantanen Geschwindigkeiten \vec{U} durchgeführt, sondern, falls nicht anders genannt, mit den Fluktuationen \vec{u} . Da zu dem Zeitpunkt, wenn die Eigenfunktionen bestimmt werden, das mittlere Geschwindigkeitsfeld $\langle \vec{U} \rangle$ bereits bekannt ist, und die Fluktuationen, die sich am stärksten vom mittleren Feld unterscheiden, am besten durch die Eigenfunktionen beschrieben werden, schlägt Sirovich ([32], Part III) sogar vor, vorzugsweise die Fluktuationen zu entwickeln. Wenn nicht anders erwähnt, werden deshalb bei den hier durchgeführten POD-Analysen die Geschwindigkeitsfluktuationen zerlegt.

Die vorgenannten Gleichungen gelten auch allesamt für die Fluktuationen. Der stationäre mittlere Anteil $\langle \vec{U} \rangle$ trägt keine Information zur Dynamik der Strömung bei. Durch Addition des mittleren Feldes auf die Entwicklung der Fluktuationen erhält man wiederum die instantanen Geschwindigkeitsfelder gemäß:

$$\vec{U}_n(\vec{x}) = \langle \vec{U} \rangle + \sum_{j=1}^M c_j^n \tilde{\vec{\varphi}}_j(\vec{x}) . \quad (3.33)$$

Die Funktionen $\tilde{\vec{\varphi}}_j(\vec{x})$ stehen hier für die Basisfunktionen der Entwicklung nach den Fluktuationen. In der Regel wird das Tilde-Zeichen nicht weiter verwendet, sondern die Bezeichnung $\vec{\varphi}_j(\vec{x})$ ganz allgemein für die POD-Basisfunktionen — sei es für die Fluktuationen oder die instantanen Geschwindigkeitsfelder — verwendet. Im Zusammenhang wird sofort klar, auf welchen Geschwindigkeitsanteil sich die Entwicklung bezieht.

3.4.4 Eigenschaften der POD

Die POD liefert bei einem gegebenen Ensemble an Geschwindigkeitsfeldern einen speziellen Satz an Entwicklungs- oder Basisfunktionen $\vec{\varphi}_i$ und Entwicklungskoeffizienten $a_j^{(i)}$. Anhand der Beschreibungen in Abschnitt 3.4.2 und 3.4.3 ist klar, dass die Basisfunktionen allein aus Messdaten beschafft werden. Aus diesem Grund wird häufig von empirischen (orthogonalen) Eigenfunktionen, abgekürzt EOFs, gesprochen.

Sie erben alle linearen Eigenschaften des ursprünglichen Geschwindigkeitsensembles. So sind sie inkompressibel, denn mit der Kontinuitätsgleichung 2.6 sowie 3.28 folgt sofort:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi} = \sum_i b_i \underbrace{\vec{\nabla} \cdot \vec{U}_i}_{=0} = 0 .$$

Außerdem genügen sie linearen Randbedingungen wie der Nicht-Eindring-Bedingung für feste Oberflächen oder der Haftbedingung ($\vec{U}(x, y, z = 0) = 0$).

Die Verknüpfung der Entwicklungskoeffizienten mit der kinetischen Energie der Strömung 3.25 in Kombination mit der Entwicklung 3.18 zeigt, dass die Eigenfunktionen optimal sind bezüglich des Gehalts an kinetischer Energie. Jede andere Zerlegung würde mit R Eigenfunktionen weniger kinetische Strömungsenergie erfassen können.

Für die Anwendung der POD muss realisiert werden, dass die Eigenfunktionen $\{\vec{\varphi}_i\}$ nicht für den kompletten $L^2(\Omega_S)$ eine Basis bilden. Der Kern von \mathfrak{R} , d.h. $\{\vec{\varphi}_i \mid \mathfrak{R}\vec{\varphi}_i = \lambda_i \vec{\varphi}_i \text{ mit } \lambda_i = 0\}$, muss nämlich nicht leer sein.

Tatsächlich spannen die $\{\vec{\varphi}_i\}$ den kleinstmöglichen Unterraum auf, der für die Beschreibung der gemessenen Strömungsphänomene notwendig ist. Das bedeutet andererseits, dass mit ihnen auch nur das beschrieben werden kann, was vorher bereits in Form der $\{\vec{U}_i\}$ bestimmt wurde. Diese quasi problemangepasste Darstellung ist aber gleichzeitig eine der großen Stärken der POD.

Die POD kann außerdem als Filter für instationäre statistische Signale angesehen werden. Üblicherweise wird in der Turbulenztheorie die Reynolds'sche Zerlegung der instantanen Geschwindigkeitsfelder $\vec{U} = \langle \vec{U} \rangle + \vec{u}$ angewendet. Hier wird der stationäre gemittelte Anteil separiert. Er ist zeitlich invariant, alle anderen kürzeren Zeitskalen sind im Fluktuationsterm \vec{u} zusammengefasst. Für statistische Zwecke ist dieses Vorgehen geeignet, für eine angemessene Beschreibung der turbulenten Mechanik ist sie aber eher ungeeignet (vgl. [33]).

Bei der LES¹ erfolgt die Zerlegung in räumlicher Hinsicht. Hier werden großskalige Bewegungen von kleinskaligen getrennt. Dieses Vorgehen wirkt effektiv wie ein Tiefpassfilter und ist insbesondere geeignet, um kleinskalige Wirbel zu extrahieren. Die POD kann ebenfalls benutzt werden, um großskalige von kleinskaligen Strukturen zu trennen. Sie wirkt dabei als inhomogener Tiefpassfilter, d.h., sie stellt besonders bei inhomogener Turbulenz eine sehr effiziente Methode zur Skalenzerlegung dar.

¹Large Eddy Simulation

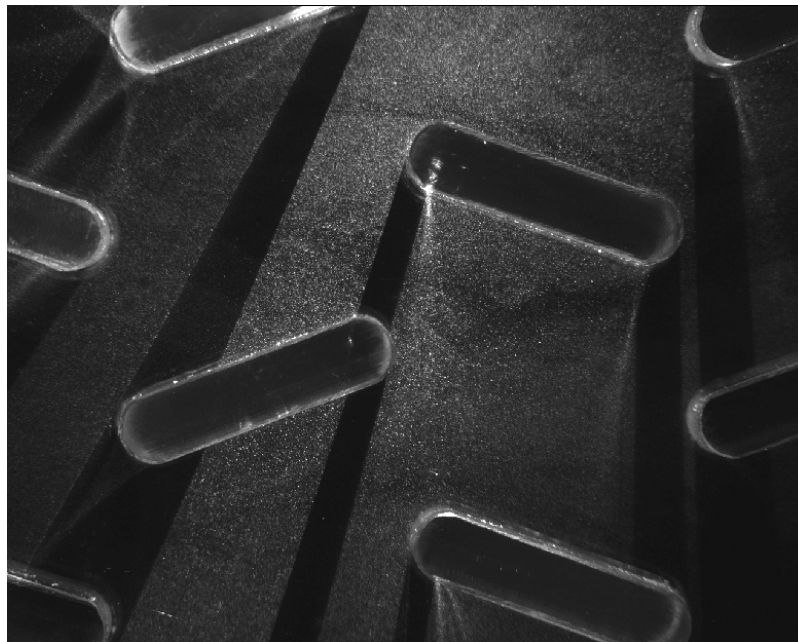


Abbildung 3.7: Beispiel zur Visualisierung der Schattenproblematik: Die Kältemittelrohre eines aus Acrylglas gefertigten Modells eines Flachrohr-Wärmeübertragers werfen zahlreiche Schatten, in denen keine Messdaten gewonnen werden können.

3.5 Die Schattenproblematik in komplexen Geometrien

In Abschnitt 3.1 wurden bereits die experimentellen Herausforderungen bei wandnahen Messungen beschrieben. Ein vom Wandabstand unabhängiges Problem bei der laseroptischen Geschwindigkeitsmessung in komplexen Geometrien ist eine inhomogene Beleuchtung des Messgebietes. Einbauten, wie Kältemittelrohre in Wärmeübertragern, reduzieren die Lichtintensität und sorgen selbst dann für Abschattungen, wenn sie aus transparenten Materialien gefertigt sind. Diese Problematik ist exemplarisch an einer Flachrohrgeometrie in Abbildung 3.7 dargestellt. Abgeschattete Bereiche bedeuten, dass in diesen Gebieten keine Geschwindigkeitsinformationen zur Verfügung stehen. Im Folgenden sollen Methoden dargestellt werden, mit denen dieser Problematik begegnet werden kann.

3.5.1 Mehrfachbeleuchtung

Eine Standardmethode, um Geschwindigkeitsinformationen aus abgeschatteten Bereichen zu erhalten, ist die Mehrfachbeleuchtung. Der Schattenwurf hängt stark von der Einfallsrichtung des Laserlichtes ab. In Abhängigkeit vom Einstrahlungswinkel ändert sich auch

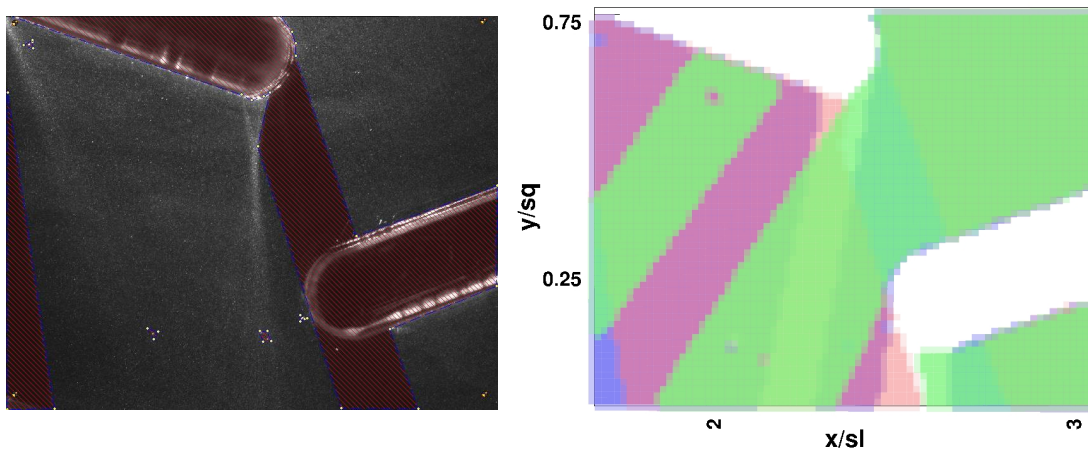


Abbildung 3.8: Illustration des Superpositionsprinzips: Auf der linken Seite ist eine typische abgeschattete Aufnahme zu sehen, rechts daneben ist die Überlagerung der gültigen Bereiche von drei verschiedenen Lichtschnitten gezeigt.

das Schattenbild. Es ist also möglich, mit einem zweiten Lichtschnitt ein Gebiet zu beleuchten, das bei der ersten Lichtschnittposition noch abgeschattet war.

Für diese Technik bedarf es zweier synchronisierter Lichtquellen. Alternativ kann bei nur einer starken Laserlichtquelle der Strahl optisch aufgeteilt werden und die Geometrie dann mit Hilfe zweier separater Optiken beleuchtet werden. Hier kann unter Umständen eine Laufzeitkompensation notwendig werden.

Für diese Arbeit stehen beide Möglichkeiten nicht zur Verfügung. Die Mehrfachbeleuchtung ist jedoch nach wie vor möglich, allerdings sind dann mindestens zwei separate Messungen mit zwei unterschiedlichen Lichtschnittpositionen notwendig. Da diese beiden separaten Messungen unkorreliert sind, können nur die gemittelten Geschwindigkeitsbilder überlagert werden und so die abgeschatteten Bereiche mit mittleren Geschwindigkeitsdaten gefüllt werden. Diese Überlagerung ist in Abbildung 3.8 illustriert.

Für eine Übersichtsmessung und eine Betrachtung des mittleren Geschwindigkeitsfeldes ist diese Methode zwar experimentell aufwendig, aber dennoch praktikabel. Trotzdem ist eine Bestimmung eines kompletten instantanen Geschwindigkeitsfeldes wünschenswert. Im folgenden Abschnitt wird gezeigt, wie eine Variante der POD benutzt werden kann, um dieses Ziel bestmöglich zu erreichen.

3.5.2 Die Gappy-POD zur Rekonstruktion von schattenbehafteten Messdaten

Im Gegensatz zur Standard-POD, bei der in einem abgeschlossenen Gebiet Ω_S an diskreten Punkten $\vec{x} \in \Omega_S$ Geschwindigkeiten gemessen werden, wird bei der Gappy-POD davon ausgegangen, dass an bestimmten Stellen \vec{x}_G Daten zu gewissen Messzeiten t_G fehlen. Diese fehlerhaften Stellen können im Voraus bekannt sein oder auch zufällig auftreten.

Die hier vorgestellte abgeleitete Methode nutzt die POD in Kombination mit einem Anpassungsprozess, um iterativ fehlerhafte Datensätze zu rekonstruieren bzw. approximieren. Bei der Particle Image Velocimetry sind das z.B. fehlende Pixel \vec{x}_G , die während einer Messung zu einer bestimmten Zeit t_G nicht aufgenommen werden konnten. In Anlehnung an die Tatsache, dass lücken- oder fehlerhafte Datensätze ausgewertet werden, wird die Methode als Gappy-POD bezeichnet.

Ohne Einschränkung der Allgemeinheit werden jetzt für die Beschreibung der Methode die Geschwindigkeitsfluktuationen \vec{u} benutzt. Die ursprünglich auf dem Gebiet der Gesichtserkennung von Everson und Sirovich [34] vorgeschlagene Vorgehensweise basiert darauf, eine approximiert aber vollständige Funktion $\vec{u}(\vec{x})$ des ursprünglich fehlerhaften Datensatzes $\vec{u}^\diamond(\vec{x})$ zu erzeugen. In einem ersten Schritt ist hier der Füllwert das Mittel aller an dem Punkt (\vec{x}_G, t_G) vorhandenen Daten.

Die so ergänzte Menge $\{\vec{u}_n(\vec{x})\}_{n=1}^M$ wird nun einer Standard-POD unterworfen, um eine approximiert optimale Basis für den korrespondierenden Unter-Hilbert-Raum zu erhalten. Mit Hilfe dieser Basis werden die Funktionen an den Stellen, an denen Daten fehlen, rekonstruiert. Diese Rekonstruktion ist sehr ähnlich zu der Standard-Rekonstruktion, die mit der POD durchgeführt werden kann. Sie unterscheidet sich jedoch darin, dass die Entwicklungskoeffizienten $\tilde{a}_n^{[i]}$ durch einen Anpassungsprozess bestimmt werden müssen. Im Folgenden sei nun etwas detaillierter die Vorgehensweise dargestellt:

Wir starten mit einem fehlerhaften Ensemble

$$\left\{ \vec{u}_n^\diamond(\vec{x}) \right\}_{n=1}^M, \quad (3.34)$$

in dem bei einigen oder allen Ensemblemitgliedern Daten an gewissen Positionen \vec{x} fehlen. Die fehlerhaften Stellen werden über sogenannte Maskenfunktionen beschrieben:

$$\{m_n(\vec{x})\}_{n=1}^M \quad \text{mit} \quad m_n(\vec{x}) = \begin{cases} 1 & \text{bei vorhandenen Daten} \\ 0 & \text{bei fehlenden Daten} \end{cases}, \quad (3.35)$$

so dass gilt:

$$\vec{u}_n^\diamond(\vec{x}) = m_n(\vec{x}) \vec{u}(\vec{x}). \quad (3.36)$$

In einem ersten Schritt wird nun eine Anfangsvermutung für die fehlenden Pixel an den Stellen \vec{x} aufgestellt. Das kann z.B. der Mittelwert aller anderen gültigen Datenwerte an dieser Stelle sein, die von anderen Ensemblemitgliedern stammen:

$$\left\langle \overset{\circ}{\vec{u}}_n(\vec{x}) \right\rangle = \frac{1}{\overset{\circ}{M}(\vec{x})} \sum_{n \in S[\vec{x}]} \overset{\circ}{\vec{u}}_n(\vec{x}) , \quad (3.37)$$

wobei $S[\vec{x}]$ die Menge aller Indizes ist, für die an einem spezifischen Punkt $m_n(\vec{x}) = 1$ gilt. Die Größe $\overset{\circ}{M}(\vec{x})$ gibt die Anzahl gültiger Datenwerte an der bezeichneten Stelle \vec{x} an.

Mit diesen Mittelwerten werden die maskierten Stellen aufgefüllt, so dass sich ein grob bereinigtes/approximiertes Ensemble ergibt:

$$\left\{ \tilde{\vec{u}}_n^{[0]}(\vec{x}) \right\}_{n=1}^M .$$

An dieser Stelle beginnt ein Iterationsprozess, der aus einer Standard-POD und einem Fit-Prozess besteht:

1. Führe Standard-POD mit $\left\{ \tilde{\vec{u}}_n^{[i]}(\vec{x}) \right\}_{n=1}^M$ durch (i bezeichnet den Iterationsschritt) und erhalte einen Satz von orthogonalen Basisfunktionen für dieses approximierte Ensemble $\left\{ \tilde{\vec{\varphi}}_n^{[i]}(\vec{x}) \right\}_{n=1}^M$
2. Nimm diese Basisfunktionen für einen Rekonstruktionsprozess mit R Eigenfunktionen, der eine bessere Approximation der maskierten Pixel liefern soll als im vorhergehenden Schritt. Das Ergebnis sind Füllwerte $\hat{\vec{u}}_n(\vec{x})$ gemäß

$$\hat{\vec{u}}_n^{[i+1]}(\vec{x}) = \sum_{j=1}^R \tilde{a}_j^{n[i+1]} \tilde{\vec{\varphi}}_j^{[i]}(\vec{x}) . \quad (3.38)$$

3. Diese so berechneten Füllwerte werden genommen, um eine bessere Abschätzung der kompletten Felder, nämlich die $[i+1]$ -te Iterationsstufe anzugeben:

$$\left\{ \tilde{\vec{u}}_n^{[i+1]}(\vec{x}) \right\}_{n=1}^M \quad \text{mit} \quad \tilde{\vec{u}}_n^{[i+1]}(\vec{x}) = \begin{cases} \hat{\vec{u}}_n^{[i+1]}(\vec{x}) & \text{wo } m_n(\vec{x}) = 0 \\ \overset{\circ}{\vec{u}}_n(\vec{x}) & \text{wo } m_n(\vec{x}) = 1 . \end{cases}$$

4. Nimm dieses Ensemble und beginne wieder bei 1., bis Konvergenz erzielt wird.

Der aufwendigste und neue Punkt — verglichen mit der Standard-POD — ist die Bestimmung der Entwicklungskoeffizienten $\tilde{a}_j^{[i+1]}$. Diese können nicht mehr lediglich durch Projektion auf die korrespondierenden Geschwindigkeitsfunktionen wie bei der Standard-POD ($a_j = (\vec{u}, \vec{\varphi}_j)$) bestimmt werden.

Ziel ist es, die Basisfunktionen sukzessive zu verbessern, so dass sie letztlich eine bestmögliche Basis auch für die lückenhaften Bereiche bilden. Die Projektion

$(\tilde{\vec{u}}_n^{[i]}(\vec{x}), \tilde{\vec{\varphi}}_n^{[i]}(\vec{x}))$ in 3.38 könnte naturgemäß jedoch zu keiner besseren Approximation der Geschwindigkeiten führen.

Die Entwicklungskoeffizienten $\tilde{a}_j^{[i+1]}$ können aber durch einen Anpassungsprozess gewonnen werden. Dabei wird ausgenutzt, dass in weiten Bereichen gültige Messdaten zur Verfügung stehen, die mit der Approximation verglichen werden können.

Wir betrachten den Fehler zwischen Messung und Approximation 3.38 in den unmaskierten Bereichen und minimieren die Abweichung über folgendes Fehlerfunktional:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_n(\tilde{a}_j^{n[i+1]}) &= \int d\vec{x} \left[\overset{\diamond}{\vec{u}}_n(\vec{x}) - \hat{\vec{u}}_n^{[i+1]}(\vec{x}) \right]^2 m_n(\vec{x}) \\ \text{mit } \hat{\vec{u}}_n^{[i+1]}(\vec{x}) &= \sum_{j=1}^R \tilde{a}_j^{n[i+1]} \tilde{\vec{\varphi}}_j^{[i]}(\vec{x}) . \end{aligned} \quad (3.39)$$

Die Integration erfolgt nur in dem Bereich, in dem Daten vorhanden sind. Dieser kann für jedes Ensemblemitglied verschieden sein und sei zunächst mit Ω_G bezeichnet. Es gilt also:

$$\Omega_S \supset \Omega_{G,n} = \{\vec{x} \mid m_n(\vec{x}) = 1 \text{ bei mindestens einem } n\} . \quad (3.40)$$

Hierbei ist wiederum Ω_S die Menge aller \vec{x} , für die zu einer beliebigen Zeit t mindestens ein Datenwert existiert. Im Folgenden nennen wir diese Untermenge auch Stütze von $\overset{\diamond}{\vec{u}}_n$:

$$\Omega_{G,n} = S \left[\overset{\diamond}{\vec{u}}_n \right] . \quad (3.41)$$

Damit können wir das Funktional umschreiben:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_n[\tilde{a}_j^{n[i+1]}] &= \int_{S[\overset{\diamond}{\vec{u}}_n]} d\vec{x} \left(\overset{\diamond}{\vec{u}}_n(\vec{x}) - \hat{\vec{u}}_n^{[i+1]}(\vec{x}) \right)^2 \\ &= \left\| \overset{\diamond}{\vec{u}}_n(\vec{x}) - \hat{\vec{u}}_n^{[i+1]}(\vec{x}) \right\|_{S[\overset{\diamond}{\vec{u}}_n]}^2 \\ &\quad \text{mit } \|\cdot\|_{S[\overset{\diamond}{\vec{u}}_n]} \text{ als Stützen-Norm .} \end{aligned} \quad (3.42)$$

Damit das Funktional minimal wird, muss die erste Ableitung verschwinden (die Iterationsindizes werden der Übersichtlichkeit halber nicht mehr mitgeschrieben):

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \tilde{E}_n}{\partial \tilde{a}_j^n} &= \left(\overset{\diamond}{\vec{u}}_n(\vec{x}) - \hat{\vec{u}}_n(\vec{x}), \overset{\diamond}{\vec{u}}_n(\vec{x}) - \hat{\vec{u}}_n(\vec{x}) \right) \\
 &= 2 \left(\frac{\partial}{\partial \tilde{a}_j} \left\{ \overset{\diamond}{\vec{u}}_n(\vec{x}) - \hat{\vec{u}}_n(\vec{x}) \right\}, \overset{\diamond}{\vec{u}}_n(\vec{x}) - \hat{\vec{u}}_n(\vec{x}) \right)_S \\
 &= 2 \left(- \sum_{i=1}^R \delta_{ij} \tilde{\varphi}_j, \overset{\diamond}{\vec{u}}_n(\vec{x}) - \hat{\vec{u}}_n(\vec{x}) \right)_S \\
 &= -2 \left(\tilde{\varphi}_i, \overset{\diamond}{\vec{u}}_n(\vec{x}) - \hat{\vec{u}}_n(\vec{x}) \right)_S \\
 &\stackrel{!}{=} 0 .
 \end{aligned}$$

Hierbei wurde die Produktregel im ersten Schritt angewendet. Der Index S soll andeuten, dass das Skalarprodukt auf der Stütze gemeint ist. Die Bedingung ist also, dass die approximierte Basisfunktion orthogonal zur Differenzfunktion von $\overset{\diamond}{\vec{u}}_n$ und $\hat{\vec{u}}_n$ ist:

$$0 = \left(\tilde{\varphi}_i, \overset{\diamond}{\vec{u}}_n(\vec{x}) - \sum_{j=1}^R \tilde{a}_j^n \tilde{\varphi}_j(\vec{x}) \right)_{S \left[\overset{\diamond}{\vec{u}}_n \right]} . \quad (3.43)$$

Die Bedingung 3.43 führt für jedes n auf ein System von M linearen Gleichungen für die \tilde{a}_j^n :

$$\mathbf{B} \tilde{\vec{a}}_n = \vec{f}_n . \quad (3.44)$$

Im obigen Ausdruck sind:

$$(B_{ij}) = \left(\tilde{\varphi}_i, \tilde{\varphi}_j \right)_{S \left[\overset{\diamond}{\vec{u}}_n \right]} \quad (3.45)$$

eine hermitesche Eigenfunktionsmatrix und

$$f_i^n = \left(\tilde{\varphi}_i(\vec{x}), \overset{\diamond}{\vec{u}}_n(\vec{x}) \right)_{S \left[\overset{\diamond}{\vec{u}}_n \right]} \quad (3.46)$$

die Projektion der Geschwindigkeitsfelder auf die Basisfunktionen.

Die Herleitung der linearen Gleichung 3.44 ist in Anhang A.2 angegeben. Die Lösung dieser Gleichung schreibt sich als:

$$\tilde{\vec{a}}_n = \sum_{k=1}^M \frac{1}{\mu_k} \left(\vec{v}_k, \vec{f}_n \right) \vec{v}_k . \quad (3.47)$$

Eine kurze Ableitung dieses Ergebnisses ist wiederum im Anhang (A.3) zu finden.

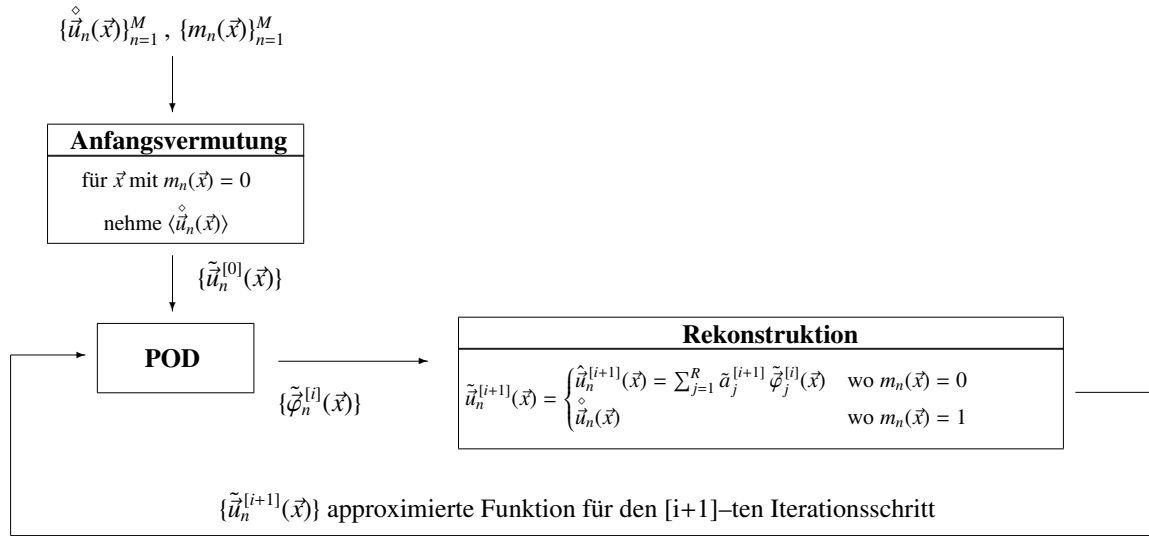


Abbildung 3.9: Schematische Darstellung der Gappy-POD mit iterativer Rekonstruktion

Damit sind die gesuchten Koeffizienten in Gleichung 3.38 bestimmt. Zusammenfassend soll die eben beschriebene Prozedur in einem Schema dargestellt werden, siehe Abbildung 3.9.

Die Gappy-POD erlaubt es, fehlerhafte oder fehlende Datensätze bestmöglich zu rekonstruieren. Die Methode ist sogar in der Lage, die dominierenden Strukturen wiederzugeben, wenn mehr als 50% der Daten fehlen. Wichtig bei der Anwendung ist jedoch, die Grenzen zu erkennen. Aus der Herleitung wird unmittelbar klar, dass es, bezogen auf PIV-Messungen, nicht möglich ist, Daten in Bereichen zu rekonstruieren, die niemals beleuchtet wurden, d.h., wo zu allen Messzeitpunkten t_n Schatten geherrscht hat.

Durch die Koeffizientenanpassungen verlieren die Eigenfunktionen ihre Inkompressibilität. Dieses Problem kann durch eine sogenannte Hodge-Zerlegung behoben werden, die die Felder in einen divergenzfreien und einen rotationsfreien Anteil aufteilt (vgl. [35])

Weiterhin ist es nicht trivial zu entscheiden, wie groß R gewählt werden sollte und ob eine Lösung von der Wahl des Wertes abhängt. Kleine Werte von R sorgen für eine Rekonstruktion nur der dominierendsten Strukturen, mit wachsendem R wird die Rekonstruktion tendenziell genauer. In frühen Iterationsschritten, in denen die Entwicklungsfunktionen $\tilde{\varphi}_i$ selbst noch recht ungenau bekannt sind, würde ein großes R sicher nicht zielführend sein. Genauso gilt es zu beachten, ob das anfängliche Auffüllen mit Mittelwerten die konvergierte Lösung beeinflusst.

Diese Problematik ist Kern einer Arbeit von Venturi und Karniadakis [35]. Sie erweitern die Everson-Sirovich Prozedur und zeigen, dass es möglich ist, eine vom Startwert unabhängige Lösung zu erhalten, die lediglich vom Anteil fehlender Daten abhängt. Es wurden DNS-Datensätze der Umströmung eines einzelnen Zylinders künstlich maskiert und nachfolgend rekonstruiert. Wie Venturi und Karniadakis anführen, versagt die Me-

thode allerdings, wenn Daten nicht zufällig, sondern an festen Positionen zu allen Zeiten fehlen. Es wird hier von maximalen punktweisen Abweichungen der Geschwindigkeiten von deutlich weniger als 6% bei Datensätzen mit 78% fehlender Information berichtet. Die mittlere Abweichung beträgt sogar weniger als 7‰. Die Gappy-POD ist damit besser als andere untersuchte Rekonstruktions- bzw. Interpolationsverfahren.

3.5.3 Anwendungen der Gappy-POD

In der vorliegenden Arbeit soll die Gappy-POD-Methode eingesetzt werden, um in partiell abgeschatteten Bereichen instantane Geschwindigkeiten zu rekonstruieren. Eine ähnliche Anwendung auf dem Gebiet von PIV-Strömungsmessungen haben Murray und Ukeiley [36] präsentiert. Hier wurden fehlerhafte Vektoren, die bei der Auswertung der Rohbilder mittels EDPIV [37] herausgefiltert wurden, mit Hilfe der Gappy-POD rekonstruiert.

Die ursprüngliche Arbeit von Everson und Sirovich [34] beschreibt einen Anwendungsfall auf dem Gebiet der Gesichtserkennung. Mit verblüffend wenig Bildinformationen konnten maskierte Gesichter mit minimalen Abweichungen zum Originalgesicht rekonstruiert werden.

Bui-Thanh et al. [38, 39] haben unter anderem das statische Druckfeld um ein Tragflügelprofil mit nur wenigen Messpunkten auf der Profiloberfläche mit Hilfe der Gappy-POD erfolgreich rekonstruiert. Da nur Werte auf der Tragflügeloberfläche als bekannt vorausgesetzt wurden, fehlten mehr als 98% der Druckwerte. Trotzdem war es möglich, das Druckfeld mit minimalen Abweichungen wiederherzustellen. Außerdem wurde hier eine interessante Anwendung gezeigt, wie die Methode zum inversen Design von Tragflügelgeometrien eingesetzt werden kann. Dabei wurde ein Zieldruckfeld bzw. ein bestimmter Auftriebswert vorgegeben und dafür die optimale Tragflügelgeometrie zeit- und ressourceneffizient bestimmt.

Weiterhin wird die Gappy-POD im Zusammenhang mit der Optimierung von komplexen Systemen über Ersatzmodelle, wie z.B. der Trust-Region-Methode, angewendet [40, 41].

4 Messung des Wärmeübergangs mit der Ammoniak–Absorptionsmethode

Die sogenannte Ammoniak–Absorptionsmethode ist eine Stoffübergangsmessung. Sie nutzt eine chemische Farbreaktion, an der Ammoniak beteiligt ist, aus, um eine quantitative Aussage über den lokalen Stoffübergang zu erhalten. Die Analogie zwischen Wärme- und Stoffübergang wird angewendet, um die Beziehung zum Wärmeübergangskoeffizienten herzustellen.

Die Methode wurde bereits in den 20er Jahren von Thoma [42] herangezogen, um Aussagen über den lokalen Wärmeübergang in Hochleistungs–Dampfkesseln zu treffen. In den 60er Jahren wurde sie von Krückels in seiner Dissertation aufgegriffen und auf ihre Leistungsfähigkeit und Einsatzgrenzen hin untersucht (vgl. [43]). In den folgenden Jahren haben im Wesentlichen Kottke et al. ([44], [45]) eine quantitative Auswertung über eine präzise fotometrische Auswertung vorangetrieben. Fiebig und Schulz ([46]) nutzten moderne Bildgebungsverfahren in Form kommerziell erhältlicher Flachbett–Scanner, um kostengünstig und schnell die Ammoniakverfärbung zu digitalisieren.

Im Folgenden soll das Messprinzip dieser Methode erläutert und eine Methode vorgestellt werden, die eine effiziente Kalibrierung der nach der chemischen Reaktion gemessenen Verfärbungswerte erlaubt.

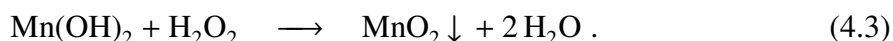
4.1 Das Messprinzip der Ammoniak–Absorptionsmethode

Grundlage für die Sichtbarmachung des lokalen Stoff– bzw. Wärmeübergangs ist eine chemische Reaktion von gasförmigem Ammoniak auf einer mit feuchtem Filterpapier belegten Oberfläche. Ziel ist es, den konvektiven Stoffübergang von Ammoniak aus der Gasphase auf das Filterpapier zu quantifizieren.

Das Ammoniak (NH_3) wird dabei in Spuren einem Trägergas, in der Regel Luft, beigemischt. Dieses Ammoniak/Luft–Gemisch wird an der mit Filterpapier belegten Oberfläche vorbeigeführt. Das Filterpapier ist homogen getränkt mit einer wässrigen Lösung aus Manganchlorid (MnCl_2) und Wasserstoffperoxid (H_2O_2). Mit dieser Lösung kann das Ammoniak unter Bildung von chemisch stabilem Mangandioxid bzw. Braunstein (MnO_2) reagieren. Dieses Reaktionsprodukt hat eine braune Farbe. Die Intensität der Verfärbung ist ein Maß für die übergegangene Stoffmenge Ammoniak.

Die genauen Reaktionsschritte sind in den Reaktionsgleichungen 4.1 bis 4.3 angegeben. Dabei ist wichtig zu beachten, dass Ammoniak eine extrem hohe Löslichkeit in Wasser

aufweist und die Reaktion extrem schnell ist, so dass die Konzentration von Ammoniak c_{NH_3} bzw. seine Partialdichte ρ_{NH_3} auf dem Filterpapier gegen Null geht. Dieser Umstand wird später bei der Betrachtung der Randbedingungen, auf die in Abschnitt 4.3.1 näher eingegangen wird, wichtig sein.



Im ersten Teilschritt (4.1) der Reaktion löst sich Ammoniak in der wässrigen Lösung und bildet Ammoniumhydroxid, welches in Ammonium– (NH_4^+) und Hydroxidionen (OH^-) dissoziiert. Die Ammoniumionen reagieren in der zweiten Teilreaktion (4.2) mit dem Manganchlorid zum stabileren Ammoniumchlorid oder Salmiak (NH_4Cl). Dabei fällt außerdem Manganhydroxid aus, welches in Teilreaktion 4.3 zum farbigen Manganoxid oxidiert wird. Die Beigabe von H_2O_2 als Oxidationsmittel ist notwendig, um schnell Sauerstoff bereitzustellen.

Auch ohne Zugabe von H_2O_2 wird eine Verfärbung, sprich, eine Oxidation von $\text{Mn}(\text{OH})_2$ festgestellt, jedoch ist dann die Reaktion deutlich langsamer. Der Braunstein verbleibt als räumlich und zeitlich stabiles Endprodukt auf dem Filterpapier und sorgt für die charakteristische Verfärbung.

Die getrockneten Filterpapiere werden mit einem handelsüblichen Flachbettscanner eingescannt, um die Farbverteilung zu digitalisieren. Damit die Farbwerte letztlich absoluten Wärmeübergangskoeffizienten zugeordnet werden können, ist ein Kalibrierungsprozess notwendig, der eine geeignete Beziehung herstellt. Auf diese Problematik wird gesondert in Abschnitt 4.4 eingegangen.

Die vorgestellte Farbreaktion bildet die Grundlage für die Ammoniak–Absorptionsmethode (AAM). Das größte Problem besteht darin, die zu untersuchenden Oberflächen geeignet zu präparieren. Bei allzu komplexen Oberflächen kann das problematisch bis unmöglich werden. Es muss außerdem sichergestellt werden, dass das Filterpapier selbst keinen nennenswerten Einfluss auf die Strömung hat und dadurch die Strömung und damit den konvektiven Stoffübergang künstlich verändert.

4.2 Messaufbau und Durchführung

In diesem Abschnitt werden der Aufbau und die Durchführungsprozedur nur insoweit, wie es für ein Verständnis der Messmethode vonnöten ist, dargestellt. Für eine detaillierte Beschreibung der Vorgänge sei insbesondere auf [47] verwiesen. Weitere Hinweise und ausführliche Angaben finden sich auch in [48, 49].

Um den konvektiven Wärmeübergang an Modellgeometrien zu untersuchen, wird ein kleiner offener Windkanal verwendet, wie er in Abbildung 4.2 zu sehen ist. Direkt hinter dem Gebläse befindet sich die Einspritzvorrichtung für den Ammoniak. Hier wird eine definierte Menge Ammoniak eingedüst. Typische injizierte Massen liegen zwischen

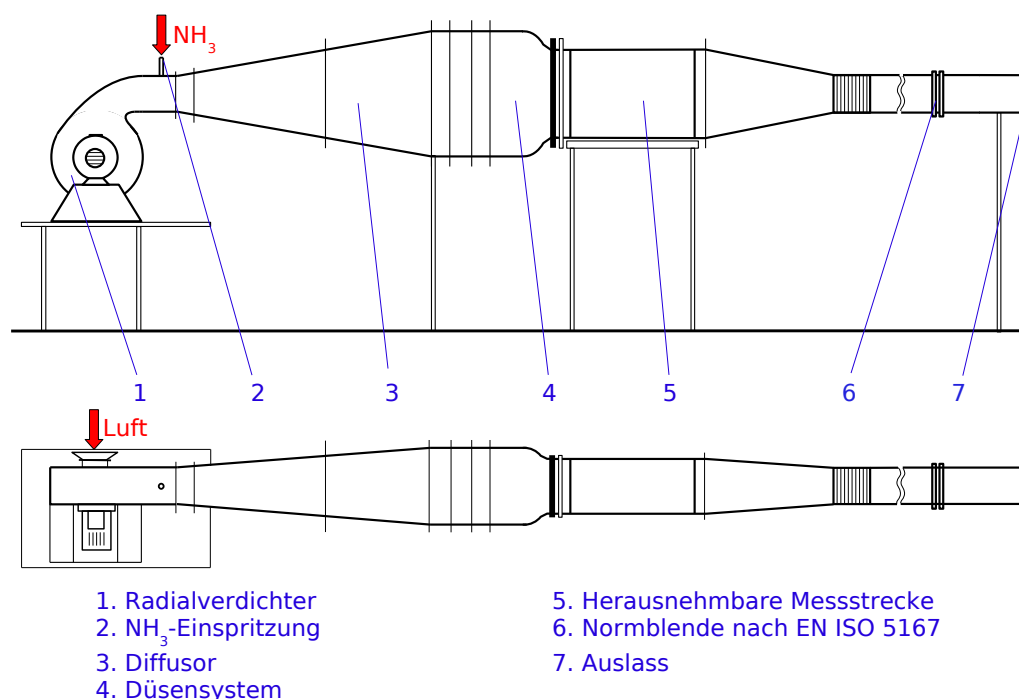


Abbildung 4.1: Seitenansicht (oben) und Draufsicht des für die AAM-Experimente verwendeten Windkanals

$100\text{mg} \leq m_{\text{NH}_3} \leq 300\text{mg}$. Die Menge des eingedüsten Ammoniaks richtet sich nach der Größe des Luftvolumenstromes und dem gewünschten Verfärbungsgrad des Filterpapiers. Über den Querschnitt A des Messkanals gemittelt können mit dem verwendeten Windkanal Strömungsgeschwindigkeiten im Bereich $0,7\text{m/s} \leq U_A \leq 5\text{m/s}$ realisiert werden. Kernstück des Aufbaus ist die Messkammer, die sich hinter einer Beschleunigungsdüse befindet. Die Messstrecke ist ein Kanal mit rechteckigem Querschnitt, in dem sich die zu untersuchende Modellgeometrie befindet. Die hier verwendeten Modellgeometrien sind überwiegend aus Acrylglas gefertigt, da so die Forderung chemisch inerte Oberflächen erfüllt wird. Eine Fotografie der Messkammer mit einer Acrylglasgeometrie ist in Abbildung 4.1 zu sehen. Die zu untersuchenden Oberflächen werden mit einem mit der Reaktionslösung homogen getränkten Filterpapier belegt. Für die Durchführung hat sich das Besprühen mit einem Zerstäuber als zuverlässig herausgestellt (vgl. [47]). Wichtig bei der Belegung ist vor allem, dass die Arbeitsabläufe immer identisch durchgeführt werden und jegliche Kontamination vermieden wird.

In verschiedenen Tests wird ein Filterpapier, wie es in der quantitativen chemischen Analyse verwendet wird, ausgewählt (Schleicher & Schuell, Typ 589/3BB). Dieses Papier

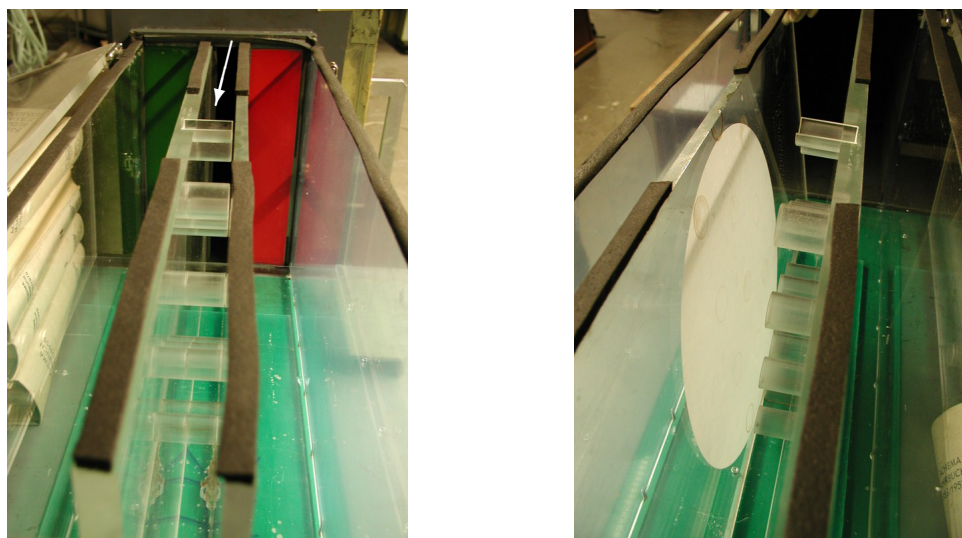


Abbildung 4.2: Fotografie der Messkammer mit einer aus Acrylglas gefertigten Rohr­bündel­Geometrie: Die Anströmung erfolgt in Pfeilrichtung. Auf dem rechten Bild ist eine Kanalwand mit Filterpapier belegt.

ist in der Lage, feine Belegungsstrukturen wiederzugeben. Bei sehr geringen Ammoniak–Konzentrationen scheidet sich schon deutlich sichtbar Mangandioxid ab.

Der Verfärbungsgrad wird über die Injektionszeit und damit die eingedüste Menge Ammoniak eingestellt. Die Zusammensetzung der wässrigen Reaktionslösung wird hingegen immer konstant gehalten. Es wird eine 0,17M wässrige Manganchloridlösung hergestellt, zu der etwas Wasserstoffperoxid gegeben wird. Die verwendete Mengenzusammensetzung der Reaktionslösung ist in Tabelle 4.1 aufgeführt.

Die in dieser Arbeit untersuchten Geometrien sind Wärmeübertragermodelle mit ebenen Lamellen. Ein typisches Beispiel einer Modellgeometrie eines Wärmeübertragers mit verkippten Flachrohren ist in Abbildung 1.1b zu sehen. Es soll der lokale Wärmeübergang auf der ebenen Lamelle gemessen werden. Aus diesem Grund müssen nur ebene Flächen belegt werden, was sich als unproblematisch herausstellt. In der Regel wird nur eine Lamelle der Wärmeübertragerpassage belegt, wie in Abbildung 4.1 zu erkennen ist.

Stoff	Menge
H ₂ O (deion.)	500 ml
MnCl ₂	34 g
H ₂ O ₂	25 ml

Tabelle 4.1: Zusammensetzung der für eine Messung angesetzten Manganchloridlösung

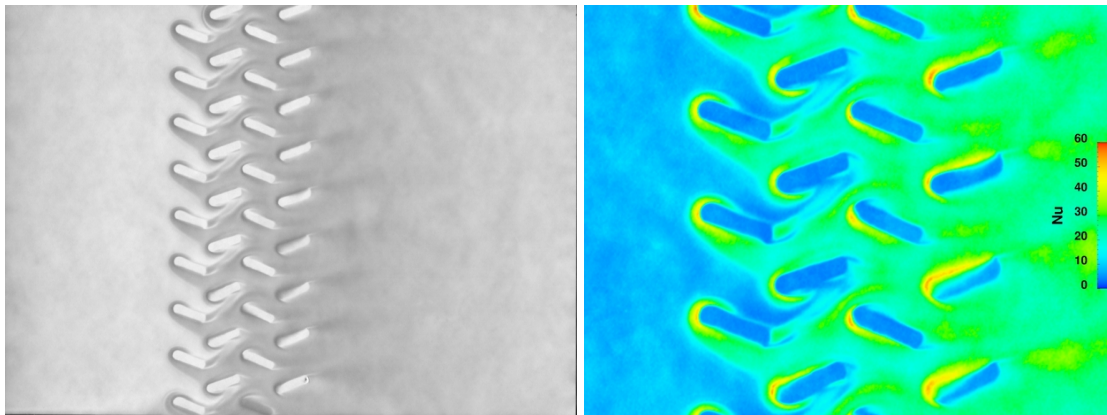


Abbildung 4.3: Typischer Rohscan eines belegten Filterpapiers als acht Bit tiefes Graustufenbild (links) und weiterverarbeitet und vergrößert als Verteilung der lokalen Nu-Zahl (rechts)

Stromab der Messstrecke wird über eine Normmessblende nach EN ISO 5167 [50] der Volumenstrom bestimmt. Hierüber kann die über den Strömungsquerschnitt gemittelte Anströmgeschwindigkeit in der Mess-Strecke berechnet werden.

Die reine Messung selbst, d.h. ohne Herstellung der Lösung und Präparation der Oberfläche, dauert nur wenige Sekunden. Direkt nach der impulsartigen Injektion des Ammoniaks wird das Ammoniakgas durch den Luftstrom zum Messort transportiert. Die Verfärbung des Filterpapiers setzt schlagartig ein, bis wieder reine Luft an der Geometrie vorbeiströmt.

Das verfärbte, aber noch feuchte Filterpapier wird daraufhin in staubfreier Umgebung getrocknet. Zur Trocknung reicht das Lagern unter Umgebungsbedingungen. Die getrockneten Filterpapiere werden anschließend mit einem handelsüblichen Scanner eingescannt, um den Verfärbungsgrad zu digitalisieren. Sämtliche Messungen werden mit einer Auflösung von 100dpi als acht Bit tiefes Graustufenbild gescannt. Es stehen also 256 Graustufenwerte zur Verfügung, um den Verfärbungsgrad zu quantifizieren. Ein typischer Rohscan ist in Abbildung 4.3 zu sehen. Die Scan-Bilder werden anschließend im verlustfreien Tiff-Format abgespeichert und können digital weiterverarbeitet werden. Die Weiterverarbeitung, auch Postprocessing genannt, geschieht ausschließlich mit dem Visualisierungsprogramm OpenDX [18]. Dieses mächtige, frei verfügbare Programm wird bevorzugt für anspruchsvolle wissenschaftliche Visualisierungen verwendet. Über eine grafische Oberfläche können schnell und effizient sogenannte Visualisierungsnetzwerke erstellt werden. Neben der reinen Visualisierung ist für die Auswertung von AAM-Bildern besonders das sogenannte „Compute“-Modul wichtig. Es ermöglicht, Berechnungen mit den eingelesenen Daten durchzuführen. Das ist insbesondere wichtig für die Einbindung einer Kalibrierung für die Farbwerte, wie sie in Abschnitt 4.4 vorgestellt wird.

Durch eine geeignete Kalibrierfunktion werden den gemessenen Farbwerten Wärmeübergangskoeffizienten zugeordnet. Das Ergebnis einer Messung inklusive Postprocessing ist also die Verteilung des lokalen Wärmeübergangskoeffizienten als farbkodiertes Bild.

4.3 Stoffübertragungsvorgänge

Im Abschnitt 2 wurden bereits der konvektive Wärmetransport erläutert und die relevanten Gleichungen vorgestellt. Es hat sich gezeigt, dass die Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten aufgrund von Gleichung 2.30 messtechnisch auf die Bestimmung von Temperaturen unter gewissen Randbedingungen hinausläuft.

Bei der Ammoniak–Absorptionsmethode werden allerdings nicht der konvektive Wärmetransport bzw. Temperaturen gemessen, sondern der konvektive Stofftransport. Anstatt von Temperaturdifferenzen zwischen Hauptströmung und Wand liegen hier Konzentrationsunterschiede in der Ammoniak–Konzentration zwischen Hauptströmung und mit Filterpapier belegter Wand vor.

Aufgrund der Ähnlichkeit der Gleichungen, die Wärme– und Stofftransport beschreiben, können unter gewissen Voraussetzungen Stoffübergangskoeffizienten in Wärmeübergangskoeffizienten überführt werden. Man spricht auch von der Analogie zwischen Wärme– und Stoffübergang. Darauf soll im folgenden Abschnitt eingegangen werden, da die Grenzen der Anwendbarkeit von Analogiebeziehungen klar sein müssen, um in der Auswertung keine Fehler zu machen.

4.3.1 Analogie zum Wärmeübergang

Die Grundgleichungen, die mathematisch das Zusammenspiel von Strömung und Wärmeübergang beschreiben, wurden im Abschnitt 2 zitiert und diskutiert. Darauf aufbauend sind dort die für die hier interessante konvektive Wärmeübertragung gemachten Näherungen und Randbedingungen erläutert. Als Ergebnis gelten in unserem Fall aufgrund von Impuls– und Energieerhaltung Gleichungen 2.21 bzw. 2.22 sowie wegen der Massenerhaltung die Kontinuitätsgleichung 2.6.

Ausgangspunkt für die Formulierung der Gleichungen sind Strömungen mit extern aufgeprägten Temperaturunterschieden. Bei Stoffübertragungsproblemen tritt an diese Stelle die Aufprägung von externen Konzentrationsunterschieden. Genauso wie die Temperatur im Fluid ist auch die Massenkonzentration c im Fluid eine stetige Funktion. Das Eindüsen von Ammoniak sorgt für einen extern aufgeprägten Konzentrationsunterschied Δc_{NH_3} zwischen Hauptströmung und Filterpapier.

Die Diffusion von Ammoniakteilchen ohne chemische Reaktion nimmt mathematisch die gleiche Form an wie die Energiegleichung (in Temperaturform) ohne interne Wärmequellen (vgl. Gleichung 2.22):

$$\frac{\partial c_{\text{NH}_3}}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla}_{\text{NH}_3} c_{\text{NH}_3} = D_{\text{NH}_3, \text{Luft}} \vec{\nabla}^2 c_{\text{NH}_3} . \quad (4.4)$$

Ein Quellterm analog zu dem in Gleichung 2.4 kann hier nur durch eine chemische Reaktion hinzukommen, die im Fluid durch Umsetzung von anderen Bestandteilen die Konzentration der Ammoniakspezies auf Kosten der Reaktionspartner erzeugt bzw. vernichtet. Eine chemische Reaktion im Ammoniak–Luft–Gemisch findet nicht statt, so dass der Quellterm im Fluidraum verschwindet.

Es ist wichtig festzustellen, dass es keinen Mechanismus in der Stoffübertragung gibt, der analog wäre zur internen Wärmeproduktion durch dissipative Effekte. Da solche internen Wärmegenerationsprozesse, wie in Abschnitt 2 motiviert, vernachlässigt werden, ist in dieser Beziehung die Analogie gewahrt.

Betrachtet man neben der Konzentrationsgleichung nun die Navier–Stokes–Gleichung, zeigt sich genauso eine Auftriebskraft analog zu 2.18. Hier sind es nicht externe Temperaturunterschiede, die zu einer Dichteveriation führen, sondern die Anwesenheit von zusätzlichen Teilchen, die die Dichte gemäß

$$\Delta\rho = \rho_0\beta_c c$$

erhöhen, wenn ρ_0 die Dichte bei $c = 0$ ist. Der Faktor β_c ist konstant und kann sowohl positiv als auch negativ sein. Die Volumenkraft aufgrund von extern aufgeprägten Stoffkonzentrationen kann damit angeschrieben werden als

$$\vec{f}_{Vol, Grav} = -\vec{g}\beta_c c . \quad (4.5)$$

Die dynamische Gleichung schreibt sich dann als

$$\frac{D\vec{U}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p + \nu\vec{\nabla}^2\vec{U} - \vec{g}\beta_c c . \quad (4.6)$$

Der Teilchentransport durch die Auftriebskraft kann bei erzwungener Konvektion oder hohen Re–Zahlen genauso wie im thermischen Fall (vgl. Gleichung 2.20) vernachlässigt werden:

$$\frac{|\vec{g}|\beta_c c \mathcal{L}}{\mathcal{U}^2} \ll 1 . \quad (4.7)$$

Die Teilchendiffusion wird also allein durch Gleichung 4.4 beschrieben. Äußere Kräfte haben keinen Einfluss auf den Teilchentransport.

Wie schon bei der Diskussion der thermischen Verhältnisse motiviert, sollen zudem Druck- und Temperaturunterschiede keinen Einfluss auf den Teilchentransport haben. Er wird allein durch Konzentrationsunterschiede angetrieben. Unter diesen Voraussetzungen spricht man von Fick’scher Diffusion.

Die für die vorliegende Problematik gültigen Gleichungen lauten also:

$$\frac{\partial\vec{U}}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla}\vec{U} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p + \nu\vec{\nabla}^2\vec{U} , \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla}c = D_{\text{NH}_3\text{–Luft}}\vec{\nabla}^2c . \quad (4.9)$$

Der Vergleich von Gleichung 4.9 mit Gleichung 2.22, d.h.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla} T = a \vec{\nabla}^2 T ,$$

zeigt die formale Ähnlichkeit. Für analoge Stoff– bzw. Temperaturprofile reicht allerdings die formelle Ähnlichkeit der zugrunde liegenden Differentialgleichungen allein nicht aus. Es müssen zudem analoge Randbedingungen sichergestellt werden. Das ist in der Regel der Punkt, an dem die Analogie am ehesten zusammenbricht.

Durch die gute Löslichkeit und die schnelle Reaktion (vgl. Reaktionsgleichungen 4.2 und 4.3) des Ammoniaks verschwindet die Konzentration, d.h. $c_{\text{NH}_3} = 0 = \text{const}$, in unmittelbarer Wandnähe. Das ist gleichbedeutend mit einer konstanten Temperatur als thermischer Randbedingung.

In Analogie zum Wärmeübergangskoeffizienten, um dessen Bestimmung es eigentlich geht (vgl. 2.30), suchen wir einen linearen Ansatz für den Stoff- bzw. Massenstrom in der Form:

$$\dot{n}_{\text{NH}_3, W} = \beta (c_{\text{NH}_3, \infty} - c_{\text{NH}_3, W}) \quad \text{bzw.} \quad \frac{\dot{m}_{\text{NH}_3}}{A} = \beta \cdot (\rho_{\text{NH}_3, \infty} - \rho_{\text{NH}_3, W}) . \quad (4.10)$$

Allgemein kann der Stoffübergangskoeffizient als Verhältnis von Stoffstromdichte zu treibender Konzentrationsdifferenz definiert werden:

$$\beta = \frac{\dot{n}_{\text{NH}_3, W}}{\Delta c_{\text{NH}_3}} . \quad (4.11)$$

Der Index W symbolisiert, dass die entsprechenden Werte an der Wand bzw. in Wandnähe bestimmt werden. Im Gegensatz zur Wärmeübertragung kommt es in einem binären Stoffsystem, wie es Luft und Ammoniak darstellen, im Allgemeinen neben einem diffusiven Beitrag zur Teilchenbewegung auch zu einem konvektiven aufgrund unterschiedlicher Molekülgeschwindigkeiten. Betrachtet wird lediglich der eindimensionale Fall für Bewegung in Wandnormalenrichtung, d.h. z–Richtung:

$$\dot{n}_{\text{NH}_3, W} = -D_{\text{NH}_3, \text{Luft}} c \left. \frac{\partial x_{\text{NH}_3}}{\partial z} \right|_{\text{Wand}} + x_{\text{NH}_3} (\dot{n}_{\text{NH}_3, W} + \dot{n}_{\text{Luft}, W}) \quad (4.12)$$

Der erste Term beschreibt die Teilchendiffusion, im zweiten wird die konvektive Bewegung ausgedrückt. Ein Vergleich mit den entsprechenden Wärmeübertragungsausdrücken:

$$\dot{q}_z = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{\text{Wand}} = \alpha \Delta T \quad (4.13)$$

zeigt, dass für die Analogie $\dot{n}_{\text{NH}_3, W} = -\dot{n}_{\text{Luft}, W}$ gefordert werden muss, was als äquimolare Gegendiffusion bezeichnet wird, oder:

$$\dot{n}_{\text{NH}_3, W} \longrightarrow 0 \quad \text{und} \quad \dot{n}_{\text{Luft}, W} \longrightarrow 0 . \quad (4.14)$$

Beim System Ammoniak/Luft ist keine äquimolare Gegendiffusion möglich, so dass nur ein sehr kleiner Stoffstrom $\dot{n}_{\text{NH}_3, w}$ erlaubt ist, damit die Analogie mit hinreichender Genauigkeit erfüllt ist. Andernfalls würden die Stoffströme das Strömungsprofil beeinflussen. Verglichen mit einem typischen Luftmassenstrom in der Größenordnung von 10-100g/s sind die eingedüsten Ammoniakmassenströme mit ca. 40mg/s drei Größenordnungen kleiner, so dass ihr Einfluss auf das Strömungsfeld vernachlässigt werden kann.

Damit sind alle notwendigen Erkenntnisse für die Anwendbarkeit der Analogie zwischen Wärme- und Stoffübergang vorhanden. Die Voraussetzungen, unter denen sie gültig ist, werden wegen ihrer Bedeutung nachfolgend nochmals separat zusammengefasst:

1. Produktionsterme können vernachlässigt werden.
2. Im Fluid findet ein Stofftransport nur durch Fick'sche Diffusion statt.
3. Die Randbedingung zwischen Wärme- und Stoffaustausch entsprechen einander.
4. Die Transportvorgänge haben keinen Einfluss auf das Strömungsprofil, d.h. Wärme- und Stoffstromdichten sind klein.

Für die Umrechnung von Stoffübergangskennzahlen in diejenigen für den Wärmeübergang werden thermische Gleichung und Stoffgleichung dimensionslos gemacht, und es ergeben sich fluidspezifische Skalierungsfaktoren, um Konzentrationsprofile in Temperaturprofile umrechnen zu können. Es sind die sogenannte Prandtl- (Pr) und Schmidt-Zahl (Sc). Die Umschreibung der Gleichungen ist hier nicht weiter interessant, es sei daher z.B. auf [51] verwiesen.

Unter Verwendung des Nußelt'schen Potenzansatzes lautet dann die Analogiebeziehung in dimensionsloser Form (vgl. [51]):

$$\text{Nu} = \text{Sh} \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Sc}} \right)^n = \text{Sh} \text{Le}^{-n} . \quad (4.15)$$

Hierbei sind sowohl die Sherwood-Zahl

$$\text{Sh} = \frac{\beta \mathcal{L}}{D} \quad (4.16)$$

als dimensionslose Stoffübergangskennzahl sowie die Lewis-Zahl (Le) als eine zusammengesetzte Kennzahl eingeführt worden.

Unter Berücksichtigung der Analogiebedingungen kann über eine Messung des Stoffübergangskoeffizienten β mit 4.15 der Wärmeübergangskoeffizient α bestimmt werden. Der sogenannte Lewis-Exponent n hängt vom Strömungszustand in der Grenzschicht ab. Für laminare Strömungen gilt $0,33 < n < 0,5$, wohingegen der Exponent für turbulente Grenzschichten im Bereich $0,33 < n < 0,8$ liegt. Da aber Le nur geringfügig kleiner als eins¹ ist, kann gut mit einem mittleren Wert von $n = 0,5$ gearbeitet werden. Der maximale

¹Bei Umgebungsdruck und 20°C gilt für das Luft-Ammoniak-Gemisch $\text{Le} \approx 0,939$.

relative Fehler in der Nu–Zahl aufgrund der Unsicherheit in n liegt bei unter 3%. Kottke gibt ihn mit weniger als 2% an (vgl. [44]).

Der Stoffübergangskoeffizient wird von Kottke [44] durch eine remissionsfotometrische Auswertung der belegten Filterpapiere bestimmt. Der entscheidende Punkt dabei ist, wie in Abschnitt ausgeführt, die Kalibrierung, d.h. die Umsetzung von Farbwerten in Stoffübergangszahlen. In der vorliegenden Arbeit wird ein anderer Weg verfolgt, bei dem nicht direkt der Stoffübergangskoeffizient bestimmt werden muss. Die Kalibriermethode wird im folgenden Abschnitt (4.4) erläutert.

4.4 Entwicklung einer geeigneten Kalibrierung

Nach einem Versuch mit der Ammoniak–Absorptionsmethode ist das eingesetzte Filterpapier charakteristisch verfärbt. Die Verfärbungsintensität ist ein Maß für die niedergeschlagene Masse Ammoniak. Um einen Zusammenhang zwischen Verfärbungsgrad und Wärmeübergang zu erhalten, ist zum einen die Gültigkeit der Analogie zwischen Wärme- und Stoffübergang notwendig (vgl. 4.3.1), zum anderen wird eine quantitative Beziehung zwischen Farbwert und Stoff- bzw. Wärmeübergangskoeffizient benötigt. Dafür ist eine Kalibrierung der Farbwerte erforderlich.

Die Farbwerte werden hier, ähnlich wie bei Schulz vorgeschlagen (vgl. [48]), mit einem handelsüblichen Flachbettscanner als Graustufenbild digitalisiert. Die verwendete Scanauflösung liegt bei 100dpi und die Farbauflösung bei acht Bit. Die so erhaltenen Farbwerte gilt es durch eine Kalibrierung in Wärmeübergangskoeffizienten umzurechnen. Üblicherweise werden nicht direkt die Graustufenwerte ($GW(x,y)$) umgerechnet, sondern der sogenannte Remissionskoeffizient R , der die Graustufenwerte auf den Graustufenwert des unbelegten Filterpapiers ($GW_{w.P.}$) bezieht:

$$R(x,y) = \frac{GW(x,y)}{GW_{w.P.}} . \quad (4.17)$$

Ein Wert von eins bedeutet, dass das Filterpapier nicht belegt wurde, ein Wert von null heißt, dass das Filterpapier schwarz belegt ist. Hierbei gilt es zu beachten, dass sich der Grenzfall $R \rightarrow 0$ messtechnisch nicht realisieren lässt. Die lokale Verfärbung hängt letztlich von der übergegangenen Masse Ammoniak pro Flächeneinheit, der sogenannten Belegungsichte B , ab. Sie ist definiert als:

$$B = \frac{\Delta m_{NH_3}}{\Delta A} . \quad (4.18)$$

Ziel einer Kalibrierung ist es also, eine Beziehung $B = \mathcal{F}(R)$ zu finden. Sowohl Kottke [44, 45] als auch Schulz [48] nutzen die bei fester Re–Zahl und Massenstrom analytisch bekannte Belegungsichte im Staupunkt einer stumpf angeströmten Kreisscheibe, um eine Kalibrierfunktion zu erhalten.

Schulz gibt dafür eine Exponentialfunktion mit vier Anpassungskoeffizienten c_i der Form

$$B(R) = c_0 \exp \left\{ \sum_{i=1}^3 c_i R^i \right\} \quad (4.19)$$

an, während Kottke ein Polynom vierter Ordnung verwendet:

$$B(R) = \sum_{i=0}^5 c_i R^i . \quad (4.20)$$

Der mit dem Scanner bestimmte Remissionskoeffizient gibt die Reflexion der eingescannten Oberfläche wieder. Die Mangandioxid-Schicht, die sich auf dem Filterpapier niederschlägt, absorbiert bzw. streut die eintreffende Strahlung. Je intensiver die Verfärbung auf dem Filterpapier ist, desto größer die Masse an niedergeschlagenem Mangandioxid bzw. desto größer die Schichtdicke. Der Remissionskoeffizient ist also physikalisch in erster Linie abhängig von der Schichtdicke des Oxids.

Die Absorption bzw. Extinktion von Strahlung wiederum wird im einfachsten Fall über das sogenannte Lambert'sche Gesetz

$$\Phi = \Phi_0 e^{-a\delta} \quad (4.21)$$

beschrieben (vgl. [52]). Dieses Gesetz setzt voraus, dass die Abschwächung der Strahlung pro Schichtdickenelement proportional zur einfallenden Intensität ist.

Aufgrund dieses physikalischen Zusammenhangs zwischen Schichtdicke und Intensität wird in dieser Arbeit die exponentielle Kalibrierfunktion 4.19 favorisiert. Diese Gleichung beschreibt physikalisch den exponentiellen Abfall der Absorption der Probe mit abnehmender Schichtdicke. Die dimensionslose Exponentialfunktion in Gleichung 4.19 beschreibt das Verhältnis der Belegungsdichten B als Funktion des Remissionskoeffizienten R . Der Koeffizient c_0 ist wegen $B(R = 0) \equiv c_0$ identisch mit der Belegungsdichte bei verschwindender Remission, d.h. maximaler Schichtdicke. Ihm kommt gerade für die Bestimmung von Absolutwerten eine besondere Bedeutung zu.

Der Satz an Koeffizienten c_i wird aus einem Anpassungsprozess über die Minimierung von Fehlerquadraten gewonnen. In der Literatur wird allerdings keine Genauigkeit angegeben, mit der die Koeffizienten bestimmt werden können. Typische Messwerte für den Remissionskoeffizienten R liegen im Bereich $0,3 < R < 1$. Diesen Remissionswerten entsprechen Belegungsdichten in der Größenordnung von $0,1 \text{ g/mm}^2$. Kleinere Remissionskoeffizienten, d.h. intensivste Einfärbungen, werden im Experiment nicht gemessen. Der Wert des Koeffizienten c_0 muss allerdings bei $R = 0$ bestimmt werden. In diesem Bereich existieren keine Messwerte. Typische Werte von c_0 liegen in der Größenordnung von $B(R) = c_0 \approx 100 \text{ g/mm}^2$, d.h. drei Größenordnungen über den Werten für den Bereich $0,3 < R < 1$. In einem Anpassungsprozess muss also der Koeffizient c_0 über drei Größenordnungen extrapoliert werden. Aus diesem Grund ist es wahrscheinlich, dass gerade c_0 mit einer deutlich höheren Unsicherheit belastet ist als die anderen drei Koeffizienten.

In der Literatur wird dieser Einfluss nicht diskutiert, und es werden auch keine Fehler für die Koeffizienten angegeben. Die oben geäußerte Vermutung, dass c_0 mit dem größten Fehler behaftet ist, lässt sich jedoch nachvollziehen, wenn man die Koeffizienten–Sätze c_i z.B. von Schulz [48] und Offermann [49] vergleicht, die nominell mit der gleichen Messapparatur bestimmt wurden. Die relative Abweichung für c_0 ist hier ungefähr fünfmal so groß wie bei den anderen drei Koeffizienten c_1 , c_2 und c_3 .

In der vorliegenden Arbeit wird eine effiziente Kalibriermethode verwendet, die ohne die Bestimmung von c_0 auskommt. Sie verwendet die zuverlässige relative Beziehung und kalibriert die Absolutwerte mit Hilfe geeigneter Literaturbeziehungen. Außerdem kann sie in situ angewendet werden, d.h. es kann auf aufwendige Kalibrierkampagnen, die mehrere Messtage in Anspruch nehmen können, verzichtet werden. Die Vorgehensweise wird im Folgenden erläutert.

Um c_0 zu eliminieren, d.h. um relative Belegungsdichten zu erhalten, wird Gleichung 4.19 durch eine beliebige feste Referenzbelegungsdichte $B(R_0)$ dividiert:

$$B_{\text{rel}}(x, y) = \frac{B(x, y)}{B(R = R_0)} = \exp \left\{ \sum_{i=1}^3 c_i (R^i(x, y,) - R_0) \right\} . \quad (4.22)$$

Die Größe $B(R = R_0)$ ist dabei die Belegungsdichte an einem bestimmten Referenzpunkt (x_0, y_0) .

Wird die Analogiebeziehung der Wärme– und Stoffübertragung herangezogen, ist nach Gleichung 4.15 bei konstanten Stoffwerten der Wärmeübergang proportional zum konvektiven Stoffübergangskoeffizienten β :

$$\begin{aligned} Nu &= Sh Le^{-n} \\ &= \beta_{\text{NH}_3, \text{L}} \mathcal{L} D_{\text{NH}_3, \text{L}}^{n-1} a_{\text{L}}^{-n} \end{aligned} \quad (4.23)$$

Der konvektive Stoffübergangskoeffizient selbst ist wiederum proportional zur Belegungsdichte (vgl. auch [44]) wegen

$$\beta = \frac{B \dot{V}_L}{M_{\text{NH}_3}} . \quad (4.24)$$

Dabei ist \dot{V}_L der durch die Mess–Strecke strömende Luftvolumenstrom und M_{NH_3} die über die Injektionszeit integrierte eingedüste Gesamtmasse Ammoniak. Aufgrund dieser Proportionalitäten gilt daher:

$$\frac{Nu}{Nu_{\text{ref}}} = \frac{B_{\text{rel}}}{B_{\text{rel,ref}}} \implies Nu = \frac{Nu_{\text{ref}}}{B_{\text{rel,ref}}} B_{\text{rel}} . \quad (4.25)$$

Die Referenz–Nu–Zahl wird genau an der Stelle bestimmt, an der auch die korrespondierende relative Belegungsdichte $B_{\text{rel,ref}}$ gemessen wird. Die relativen Belegungsdichten werden mit 4.22 ermittelt. Um absolute Nu–Zahlen zu erhalten, ist es lediglich notwendig, einen Referenzwert der Nu–Zahl zu bestimmen. Das soll hier mit Hilfe von in der Literatur verfügbaren und akzeptierten Beziehungen geschehen.

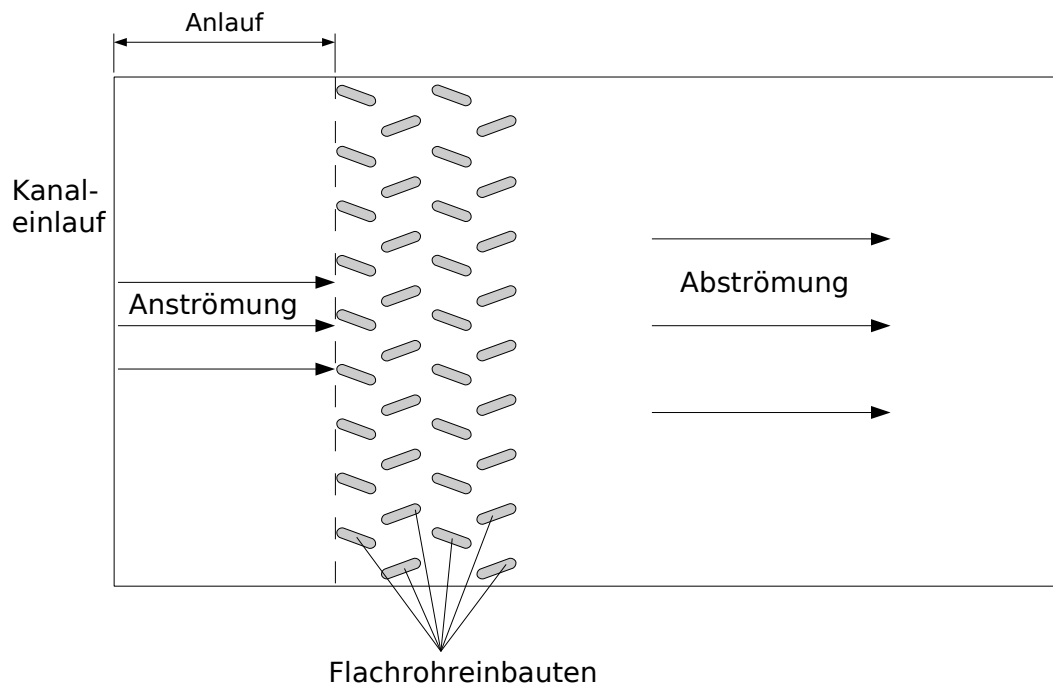


Abbildung 4.4: Skizze der An- und Abströmverhältnisse bei einer typischen Flachrohr-Wärmeübertrager-Geometrie

In dieser Arbeit werden in erster Linie Wärmeübertrager-Geometrien mit ebenen Lamellen untersucht. Eine typische Geometrie ist z.B. in Abbildung 1.1b dargestellt. Wie in Abschnitt 4.3.1 erläutert, strömt das Luft/Ammoniak-Gemisch durch eine Düse in einen Strömungskanal mit rechteckigem Querschnitt, der von den beiden Lamellen und Deckel- bzw. Bodenfläche gebildet wird. Nach einer gewissen Anlaufstrecke strömt das Fluid durch die eigentliche Wärmeübertragergeometrie, bevor es in einem Rechteckkanal abströmt. Zur Veranschaulichung ist dieses Szenario in Abbildung 4.4 skizziert. Der Strömungsquerschnitt des Rechteckkanals hat ein Seitenverhältnis von $\epsilon = 0,1$. In guter Näherung kann der Rechteckkanal als ebener Spalt angesehen werden, für den gilt $\epsilon \rightarrow 0$. Des Weiteren wird das Fluid durch die vor dem Messkanal angebrachte Düse stark beschleunigt und erhält ein sehr volles, annähernd rechteckförmiges Geschwindigkeitsprofil. Bei Eintritt in den Messkanal beginnt sich daher in guter Näherung eine hydrodynamische Grenzschicht neu zu bilden.

Wird eine Seitenfläche/Lamelle des Kanals mit präpariertem Filterpapier belegt, bildet sich zeitgleich mit der hydrodynamischen Grenzschicht eine Konzentrationsgrenzschicht aus. Bei Gültigkeit der Analogie kann von einer hydrodynamisch und thermisch anlaufenden Spaltströmung ausgegangen werden.

Für dieses Szenario existieren sowohl für den laminaren als auch für den turbulenten Bereich Literaturbeziehungen über den Verlauf der Nu–Zahl in Strömungsrichtung, so dass über die anlaufende Strömung die Belegungsdichten kalibriert werden können. Wichtig ist dabei, die Randbedingungen zu betrachten. Wie schon in Abschnitt 4.3.1 erläutert, verschwindet die Ammoniak–Partialdichte direkt auf dem Filterpapier, es gilt auf der Wand $\rho_{\text{NH}_3, \text{W}} = 0 = \text{const.}$ Das entspricht einer konstanten Temperatur als thermischer Randbedingung. Gesucht wird also nach einer Literaturbeziehung für eine thermisch und hydrodynamisch anlaufende Spaltströmung mit einseitig auf konstanter Temperatur beheizter Wand, da in der Regel nur eine Kanalwand mit Filterpapier belegt ist.

Für diese Randbedingung haben Mercer et al. eine empirische Beziehung für die mittlere Nu–Zahl in einem Spalt als Funktion der Lauflänge angegeben [53]. Shah und Bhatti [54] haben diese Ergebnisse genommen und nach der Lauflänge differenziert, um folgenden Ausdruck für die lokale Nu–Zahl zu erhalten:

$$\text{Nu}_T(x^*) = 4.86 + \frac{0.0606 x^{*-1.12} (0.0455 \text{Pr}^{0.17} x^{*-0.7} - 0.2)}{(1 + 0.0909 \text{Pr}^{0.17} x^{*-0.7})^2} . \quad (4.26)$$

Aufgrund der Proportionalität von Wärmeübergang und Belegungsdichte (vgl. Gleichung 4.25) zeigt auch die relative Belegungsdichte B_{rel} die gleiche funktionelle Abhängigkeit von x^* , so dass geschrieben werden kann:

$$B_{\text{rel}}(x^*) \propto \text{Nu}_T(x^*) . \quad (4.27)$$

Die Größe $B_{\text{rel}}(x^*)$ erhält man durch Mittelung der relativen Belegungsdichte lateral zur Strömungsrichtung. Ein typischer Verlauf dieser quergemittelten relativen Belegungsdichten ist in Abbildung 4.5 zu sehen.

Im Prinzip ist es möglich, einen beliebigen Punkt x^* herauszugreifen und für diesen den korrespondierenden Nu–Wert mit Hilfe von 4.26 zu berechnen. Somit wäre der unbekannte Kalibrierfaktor in 4.25 bestimmt, und die absoluten Nu–Werte könnten angegeben werden. Detaillierte Untersuchungen zu diesem Verfahren sind in [47] zu finden.

Eine ansatzweise ähnliche Herangehensweise hat Ehni [55] getestet. Details sind dort leider nicht dokumentiert, so dass die genaue Vorgehensweise nicht nachvollzogen werden kann. Anzunehmen ist, dass die Kalibrierung nur punktuell oder über einen sehr kleinen Referenzbereich erfolgt ist. Das Verfahren wurde in dieser Arbeit aufgrund zu großer Fehler wieder verworfen.

Bei den Untersuchungen in [47] zeigte sich, dass die Wahl eines einzigen Punktes als Referenzwert mit großen Schwankungen verbunden ist. Aufgrund der Textur des Filterpapiere variieren die relativen Belegungsdichten. Bezieht man sich auf nur einen Punkt, kann das zu nicht akzeptablen Schwankungen in den Nu–Werten führen in Abhängigkeit von der Wahl des Bezugspunktes. Es muss daher über einen angemessenen Bereich gemittelt werden, um den Referenzwert zu erhalten. In [47] werden verschiedene Mittelungsmethoden diskutiert und bewertet. Abweichungen in den berechneten absoluten Nu–Zahlen

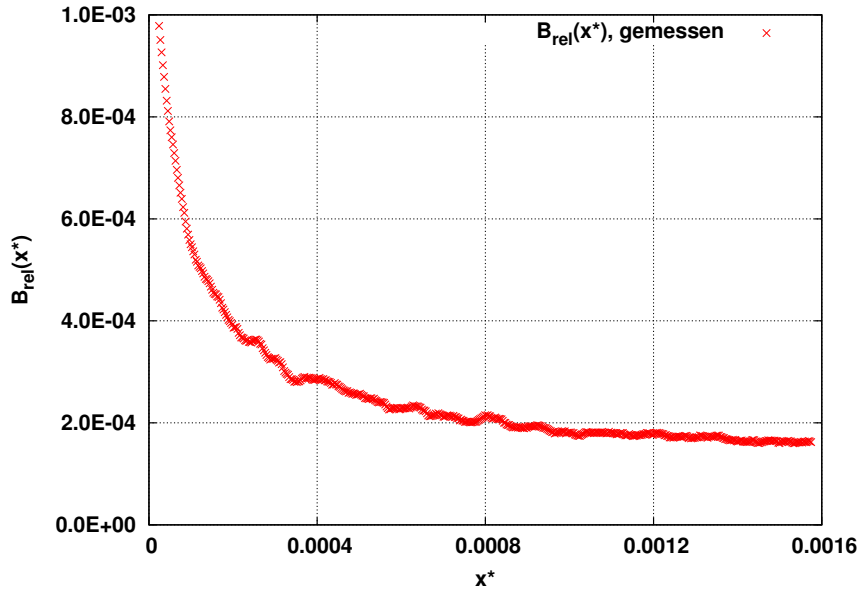


Abbildung 4.5: Typischer Verlauf der quergemittelten relativen Belegungsdichte für eine thermisch und hydrodynamisch anlaufende Strömung im ebenen Spalt bei einer Re-Zahl von $Re_{2b} = 5860$

können so verringert werden. Eine Abhängigkeit von der Lage des Mittelungsgebietes kann aber nicht vollständig eliminiert werden.

Der Einfluss der Wahl des Referenzpunktes lässt sich jedoch weiter minimieren, indem der gesamte Anlaufbereich zur Kalibrierung herangezogen wird und nicht nur ein begrenztes Gebiet.

Neben den Schwankungen, die die Messkurve in Abbildung 4.5 im Gegensatz zur glatten Funktion in Gleichung 4.26 zeigt, gilt es, einen weiteren experimentellen Fehler zu berücksichtigen: Wenn das Filterpapier nicht exakt am Beginn des Kanals, d.h. bei $x^* = 0$, angelegt ist, muss der Versatz zwischen Kanalbeginn und Beginn der Messpunkte kompensiert werden. Der Kern der hier vorgestellten Kalibrierung ist deshalb ein Anpassungsprozess, der sowohl die Schwankungen in den B_{rel} -Werten minimiert als auch einen potenziellen Versatz ausgleicht. Diese Prozedur wird im Folgenden erläutert:

Es wird vorausgesetzt, dass der von der Strömung im Kanal produzierte Wärmeübergangsverlauf der Beziehung 4.26 genügt. Deshalb wird folgende Funktion genommen, um sie an die gemessenen B_{rel} -Werte über eine Minimierung der Fehlerquadrate anzupassen:

$$\tilde{B}_{rel} = \gamma Nu_T(x^* + \delta) . \quad (4.28)$$

Der Anpassungsparameter γ fungiert dabei als Skalierungsfaktor gemäß Gleichung 4.27. Er berücksichtigt die unterschiedlichen Dimensionen zwischen Wärmeübergang und Be-

legungsdichte. In der Regel liegen drei bis vier Größenordnungen zwischen den Zahlenwerten beider Größen. Aus diesem Grund ist es notwendig, im Anpassungsprozess einen entsprechenden Startwert vorzugeben, um eine konvergierende Lösung zu erhalten.

Der zweite Anpassungsparameter δ wird benötigt, um den möglichen Versatz zu berücksichtigen. Er verschiebt die Anpassungskurve in x -Richtung. Der Anpassungsprozess liefert entsprechende Werte für γ bzw. δ . Die so erhaltene Ersatzfunktion $\tilde{B}_{\text{rel}}(x^*)$ wird im Weiteren anstatt der Messpunkte $B_{\text{rel}}(x^*)$ verwendet. Mit ihr kann ein beliebiger Punkt x_0^* verwendet werden, um an ihm den Referenzwert $\tilde{B}_{\text{rel,ref}} = \tilde{B}_{\text{rel}}(x_0^*)$ zu bestimmen. Mit dem korrespondierenden Wärmeübergangswert $\text{Nu}_{\text{ref}} = \text{Nu}_T(x_0^* + \delta)$, der durch Gleichung 4.26 gegeben ist, ergeben sich so die gesuchten absoluten Nu-Zahlen:

$$\text{Nu}(x^*) = \frac{\text{Nu}_{\text{ref}}}{\tilde{B}_{\text{rel,ref}}} B_{\text{rel}}(x^*) . \quad (4.29)$$

Diese Beziehung bzw. insbesondere der Faktor $\text{Nu}_{\text{ref}}/\tilde{B}_{\text{rel,ref}}$ wird im Folgenden verwendet, um die relativen Belegungsdichten zu kalibrieren.

Bei der Anwendung dieser Kalibrierung muss darauf geachtet werden, dass die verwendeten Literaturbeziehungen im gegebenen Fall zutreffend sind. Anstelle der empirischen Funktion 4.26 kann z.B. bei höheren Re-Zahlen eine turbulente Beziehung treten. Der Abfall des Wärmeübergangs in Strömungsrichtung ist charakteristisch für die Strömungsform. Laminare und turbulente Strömungen können in der Regel klar voneinander unterschieden werden, da der Abfall bei anlaufender turbulenter Strömung viel schneller erfolgt als bei laminarer. Im laminaren Fall ist außerdem der Einfluss der thermischen Randbedingung im Einlaufbereich viel größer.

Die eben vorgestellte Kalibrieremethode für die Ammoniak–Absorptionsmethode ist im Prinzip auf jede Geometrie anwendbar, die einen ebenen Kanal als Eintritt besitzt. Die Kalibrierung findet in der gleichen Messung statt wie die eigentliche Analyse der Wärmeübertragungs–Geometrie.

Um die Zuverlässigkeit und Anwendbarkeit der Methode zu untersuchen, wird sie zunächst an einer ebenen Kanalströmung getestet. Das ist im vorliegenden Fall der Kanal mit dem Seitenverhältnis $\epsilon = 0,1$ ohne geometrische Einbauten. Ein typisches Beispiel dafür ist in Abbildung 4.6 zu sehen. Im oberen Diagramm ist der Abfall der mit der eben angegebenen Kalibrieremethode bestimmten quergemittelten Nu-Werte aufgetragen. Er wird hier verglichen mit der Beziehung von Shah und Bhatti. Außerdem ist ein Vertrauensbereich von $\pm 10\%$ eingezeichnet. Die Anwendbarkeit der Prozedur kann nur mit dem Abfall der Wärmeübergangskoeffizienten gerechtfertigt werden. Dieser ist für die jeweilige Strömungsform und die Randbedingungen charakteristisch. Die Absolutwerte des Wärmeübergangs von Messung und Theorie liegen naturgemäß auf gleichem Niveau, weil die theoretische Beziehung gerade für die Kalibrierung herangezogen wurde.

In dem in Abbildung 4.6 gezeigten Beispiel entspricht der Abfall der gemessenen Werte sehr gut dem vorausgesagten Verhalten der Shah–und–Bhatti–Beziehung. Abweichungen liegen in weiten Teilen unter zehn Prozent. Um eine weitere Einschätzung der Zuverlässigkeit der Methode zu erhalten, werden bei einer konstanten Re-Zahl von $\text{Re}_{2b} = 5860$

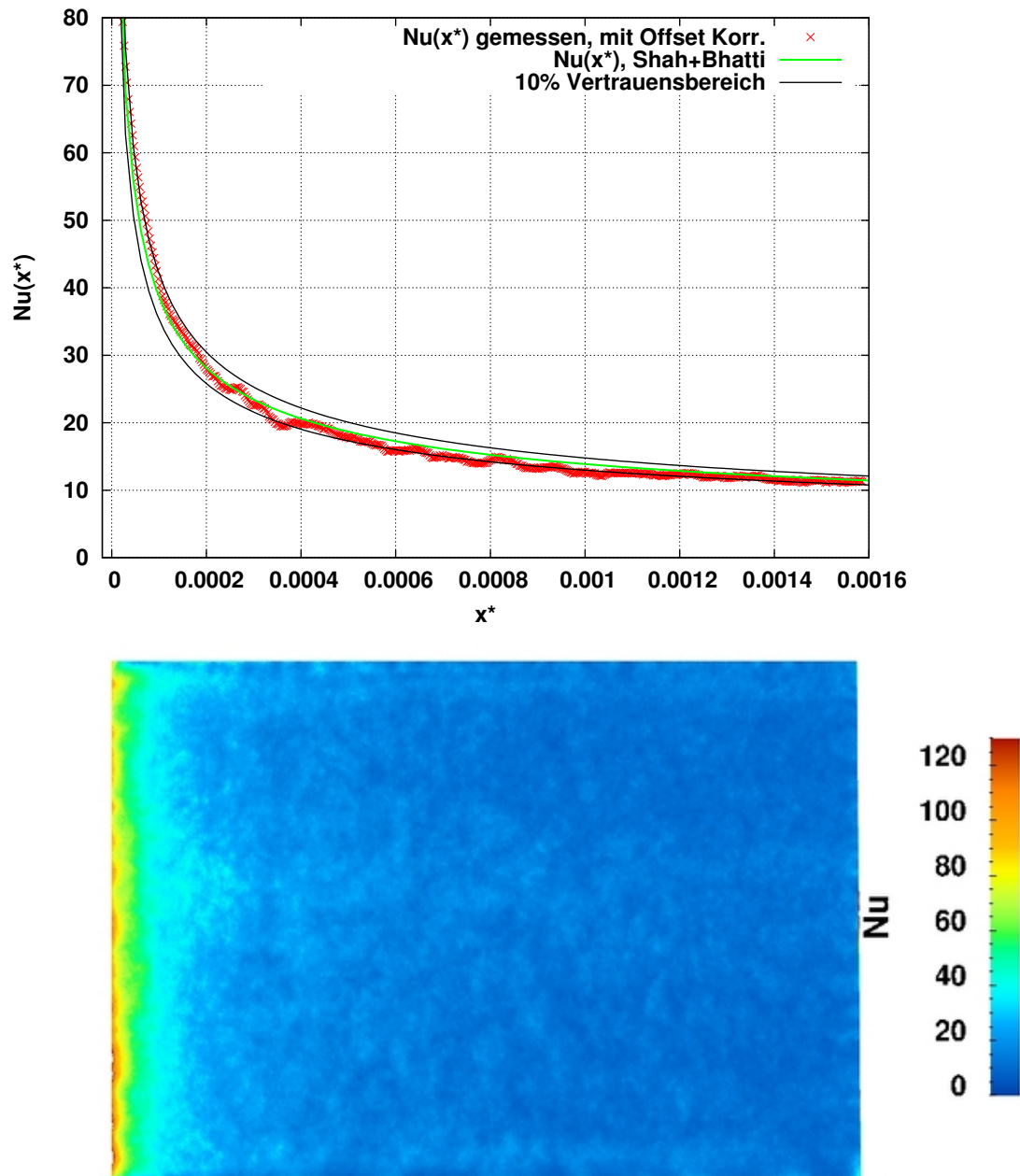


Abbildung 4.6: Abfall der Nu -Zahl im ebenen Kanal mit simultan anlaufender Strömung bei einer Re -Zahl von $Re_{2b} = 5860$: Das obere Diagramm vergleicht die gemessenen und kalibrierten quergemittelten Nu -Werte mit der Shah-und-Bhatti-Korrelation (vgl. Glg. 4.26). Das untere Bild zeigt die Verteilung der Nu -Zahl nach Anwendung der Kalibrierungsprozedur.

insgesamt fünf Messungen durchgeführt, die nominell die gleiche Nu–Verteilung liefern sollten. Nach der Kalibrierungsprozedur wird über die gesamte vermessene Fläche, die in allen Fällen die gleiche Größe besitzt, die globale Nu–Zahl $\langle \text{Nu} \rangle$ bestimmt gemäß:

$$\langle \text{Nu} \rangle = \frac{1}{A} \int \int \text{Nu}(x, y) \, dx dy . \quad (4.30)$$

Ausgespart werden lediglich die oberen und unteren Randbereiche, wo durch die Boden- bzw. Deckelfläche Abweichungen von der idealisierten Spaltströmung auftreten können. Die Auswertung ergibt einen Mittelwert der globalen Nu–Zahl von 19,04. Die Standardabweichung liegt bei 0,37, so dass der relative Fehler lediglich weniger als zwei Prozent beträgt.

Diese Tatsache bestätigt, dass die Methode reproduzierbare Werte liefert und in dieser Beziehung verlässlich ist. Trotz der guten Übereinstimmung bei den global gemittelten Werten können jedoch Abweichungen, z.B. in Regionen mit extrem hohen oder extrem niedrigen Werten, auftreten, die bei einem Vergleich der Mittelwerte nicht zu Tage treten. Diese Abweichungen sind schwer zu quantifizieren. Deshalb werden Vergleichsmessungen mit anderen Messmethoden herangezogen, um die von der AAM gemessene Nu–Verteilung mit anderen Verfahren zu bestätigen. Dieser Vergleich, der eine weitere Bestätigung der Kalibrierungsprozedur liefert, wird in Abschnitt 4.5 beschrieben.

4.5 Vergleich mit der Flüssigkristall–Thermografie

Die entwickelte In–Situ–Kalibrierung, die in Abschnitt 4.4 beschrieben ist, konnte nur in so kurzer Zeit entwickelt werden, weil Referenzmessungen im Rahmen einer wissenschaftlichen Kooperation (vgl. [56]) zur Verfügung standen, mit denen die eigenen Messungen validiert werden konnten. Normalerweise werden Messmethoden mit einfachen Geometrien verglichen, für die eine breite Datenbasis und belastbare Korrelationen zur Verfügung stehen. In vielen Fällen ist dies z.B. die hydrodynamisch und thermisch anlaufende Spaltströmung. Für die AAM wurde dieser Vergleich, z.B. von Behle [57], zur Verifizierung der Methode benutzt. Hier wird berichtet, dass in der Nähe der Eintrittskante des Kanals mit bis zu 40% die größten Abweichungen zur Literaturbeziehung zu verzeichnen sind. Beim Vergleich mit den flächengemittelten Nu–Zahlen wird eine Abweichung von 4,75% angegeben.

Da in dieser Arbeit die anlaufende Spaltströmung zur Kalibrierung benutzt wird und zudem für komplexere Geometrien kaum lokale Nu–Korrelationen existieren, werden Vergleichsdaten der Flüssigkristall–Thermografie (FKT) an einer Referenz–Geometrie herangezogen. Im vorliegenden Fall ist die Vergleichsgeometrie ein auf der Kanalwand montierter dreidimensionaler Wirbelgenerator (VG). Er ist in Abbildung 4.7 illustriert.

Die FKT nutzt ein physikalisch komplett anderes Prinzip, um Wärmeübergangskoeffizienten zu bestimmen. Im stationären Modus werden über die temperaturabhängige, wellenlängenselektive Reflexion der thermochromen Flüssigkristalle Temperaturen gemessen.

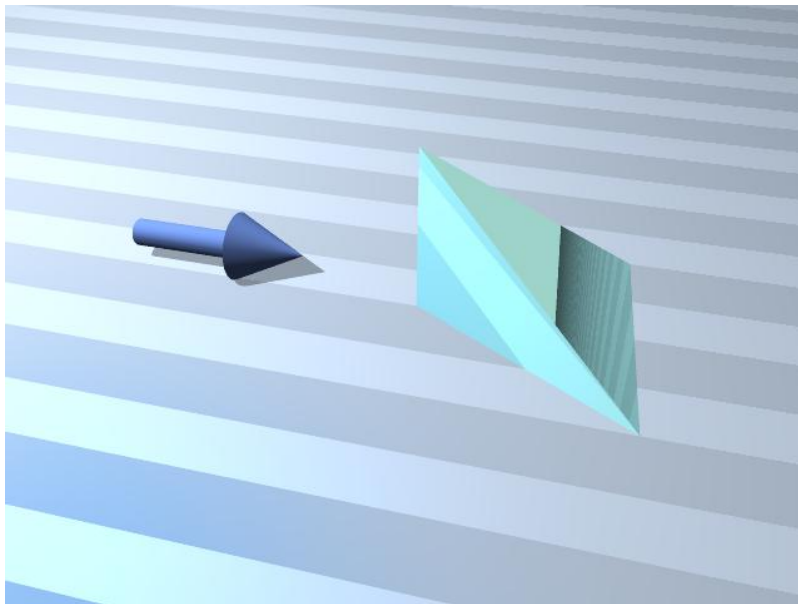


Abbildung 4.7: Illustration des als Referenzgeometrie verwendeten dreidimensionalen Wirbelgenerators: Der Pfeil symbolisiert die Anströmungsrichtung.

Die thermochromen Flüssigkristalle ändern in einem gewissen Temperaturbereich, der von einigen Zehnteln Kelvin bis zu mehreren Kelvin reichen kann, charakteristisch ihre Farbe. Es ist also eine gründliche Kalibrierung notwendig, um die Farbwerte des reflektierten Lichts in eine Temperatur umzurechnen.

Wenn dies geschehen ist, kann über eine Heizfolie auf der zu untersuchenden Fläche ein konstanter Wandwärmestrom aufgeprägt werden, bis sich ein stationärer Zustand einstellt. Über Thermoelemente wird dann die Lufttemperatur in der Anströmung T_∞ bestimmt. Mit der über die Farbe bestimmten Wandtemperatur T_w erhält man nach 2.30 sofort den Wärmeübergangskoeffizienten gemäß:

$$\alpha = \frac{\dot{q}}{(T_w - T_\infty)} . \quad (4.31)$$

Das Einstellen eines stationären Zustandes kann bis zu 20 Minuten dauern, und es sind bei schmalbandigen Flüssigkristallen bis zu 30 Aufnahmen notwendig. Für weitere Details zum Messverfahren, zur Kalibrierung und Auswertung sei auf [58] verwiesen.

Für den Vergleich müssen die Unterschiede der beiden Messtechniken berücksichtigt werden. Im Gegensatz zur AAM ist bei der FKT ein konstanter Wandwärmestrom und nicht eine konstante Wandtemperatur die Randbedingung. Das kann insbesondere bei kleinen Re-Zahlen, d.h. im laminaren Bereich, zu Unterschieden in der Wärmeübergangsverteilung führen. Des Weiteren kann es bei der FKT bei starken Temperaturgradienten durch

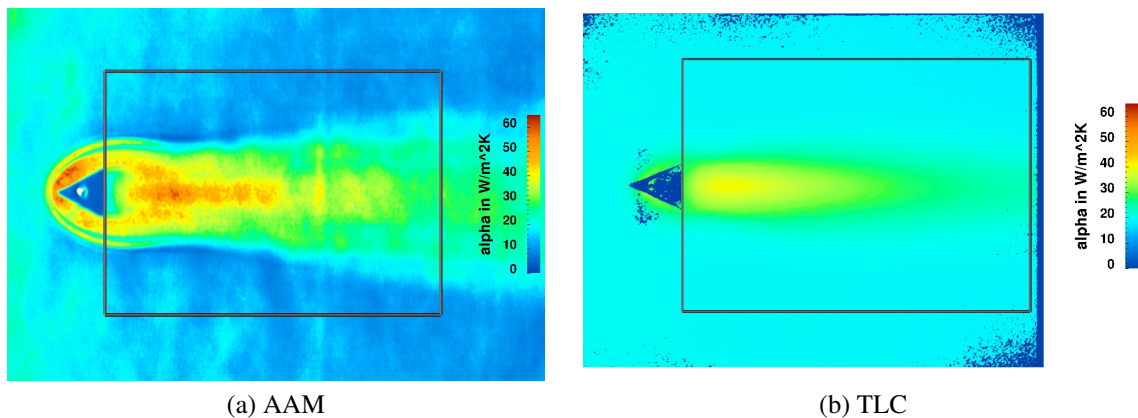


Abbildung 4.8: Vergleich der Wärmeübergangsverteilung um einen einzelnen dreidimensionalen Wirbelgenerator bei einer Re-Zahl von $Re_H = 3600$: Das linke Bild zeigt die AAM-Messung und dem rechten Bild liegen Daten der stationären FKT zugrunde.

Querleitung in der Plattenebene zu einem Temperatenausgleich kommen, so dass die gemessenen Wärmeübergangsstrukturen aufgrund dieser Mittelung „verwischen“. Querleitung spielt bei der AAM so gut wie keine Rolle. Das ausfallende Mangandioxid schlägt sich als Feststoff auf dem Filterpapier nieder und ist danach nicht mehr mobil, so dass auch bei hohen Gradienten feine Strukturen noch aufgelöst werden können.

Henze ([58]) gibt weiterhin an, dass an der Stelle, an der der Wirbelgenerator auf die Messfläche montiert ist, die Wärmeabgabe gestört ist. Durch die Abdeckung und die schlechte thermische Leitfähigkeit von Acrylglas, aus dem die Wirbelgeneratoren gefertigt sind, kann in diesem Bereich der durch die Heizfolie eingetragene Wärmestrom nicht konvektiv abgegeben werden. Diese lokale Überhitzung gleicht sich im wesentlichen durch Querleitung in der Heizfolie aus, so dass in unmittelbarer Nähe des Wirbelgenerators die Annahme eines konstanten Wandwärmestromes gestört ist. In diesem Bereich wird daher der gemessene Wärmeübergang tendenziell unterschätzt.

Die Wärmeübergangsmessungen mit der FKT werden am Institut für Thermodynamik der Luft- und Raumfahrt in Stuttgart durchgeführt (vgl. Abb. 4.8b). Dort arbeitet der Windkanal im Gegensatz zu dem in dieser Arbeit verwendeten Kanal im Saugbetrieb. Außerdem hat der Kanal zwar auch hier einen rechteckigen Querschnitt, die Abmessungen der Messstrecke sind aber deutlich größer.

Aus diesem Grund wird das für die Untersuchung mit der AAM verwendete Wirbelgenerator-Modell im Maßstab 1 : 4,33 verkleinert und die Anströmgeschwindigkeit entsprechend erhöht. Auf diese Weise wird sichergestellt, dass die Re-Zahl, bezogen auf die Stirnhöhe des Wirbelgenerators $Re_H = HU_\infty/\nu$, identisch ist.

Der Wärmeübergang in der Abströmung des Wirbelgenerators wird nun bei einer Re-Zahl von $Re_H = 3600$ untersucht. In Abbildung 4.8 ist die mit der AAM und der mit der FKT gemessenen Wärmeübergangsverteilung gegenübergestellt. Man erkennt eine durch Sekundärströmungseffekte hervorgerufene Wärmeübergangserhöhung stromab des Wirbelgenerators mit einem Maximum, das ungefähr eineinhalb VG-Längen hinter der Endkante des Wirbelgenerators liegt (vgl. auch [58]). Im Detail liefern beide Messmethoden leicht unterschiedliche Verteilungen des Wärmeübergangs. Bei der AAM zeigen sich im Stirnbereich des Wirbelgenerators ausgeprägte Hufeisenwirbel, die mit der FKT nicht gemessen werden. Außerdem ist der Abfall in lateraler Richtung zwischen Wirbelschleppe und Grundströmung bei der AAM größer. Die maximal gemessenen Werte sind bei der FKT kleiner als bei der AAM.

Die Ursachen für diese Detailabweichungen sind vielfältiger Natur. Sie treten insbesondere auf, weil unterschiedliche Grenzschichtzustände vorliegen, wenn die Strömung auf den VG trifft. Bei den AAM-Messungen läuft die Strömung simultan an, der VG liegt nur knapp drei VG-Längen stromab der Einlaufkante ($l_{hydr} \approx 3L_{VG}$). Er befindet sich im Bereich der sich thermisch und hydrodynamisch entwickelnden Grenzschicht, die noch vergleichsweise dünn ist. Die durch den VG hervorgerufene Beeinflussung der thermischen Grenzschicht ist stark und deutlich zu erkennen.

In der FKT wurden die Wärmeübergangskoeffizienten aufbaubedingt unter anderen Voraussetzungen gemessen. Die hydrodynamische Anlaufänge beträgt hier $l_{hydr} \approx 26,54L_{VG}$, so dass die hydrodynamische Grenzschicht wesentlich weiter entwickelt ist als bei der AAM. Der Wirbelgenerator befindet sich, wie Messungen von Henze [58] vermuten lassen, fast komplett in der Grenzschicht, und die Strömungsbeeinflussung ist geringer als bei den AAM-Messungen.

Die thermische Anlaufänge hingegen ist bei der FKT mit $l_{therm} \approx 1,92L_{VG}$ deutlich kürzer und eher vergleichbar mit den Verhältnissen bei den AAM-Messungen.

Die Tatsache, dass die Hufeisenwirbel, insbesondere der sekundäre Wirbel, bei der FKT nicht so deutlich zu Tage treten, kann neben den Grenzschichteinflüssen unter Umständen auch an der Querleitung in der Heizfolie liegen, die diese feinen Strukturen verwischt. Querleitungseffekte sind bei der AAM-Methode im Gegensatz zur stationären FKT eliminiert (vgl. auch [59]).

Werden nun die quergemittelten Wärmeübergangskoeffizienten quantitativ verglichen, zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung, wie Abbildung 4.9 zeigt. Hier werden in dem in Abbildung 4.8 eingezeichneten Feld die α -Werte quergemittelt und über der mit der VG-Länge normierten Lauflänge aufgetragen. Das Mittelungsfeld wird so gewählt, dass ein durch die FKT vorgegebener maximaler Bereich abgedeckt wird. Die Abweichungen liegen maximal bei sieben Prozent. Der Mittelwert in dem gesamten Feld wird mit der AAM zu $\langle \alpha \rangle = 21,63 \text{ W/m}^2\text{K}$ bestimmt. Die FKT liefert $\langle \alpha \rangle = 21,82 \text{ W/m}^2\text{K}$. Die Abweichung beträgt weniger als ein Prozent. Der Grad der Übereinstimmung ist allerdings von der Größe des Mittelungsfeldes abhängig. Je größer der gemittelte Bereich, desto eher werden lokale Unterschiede kompensiert, und die Übereinstimmung wird besser.

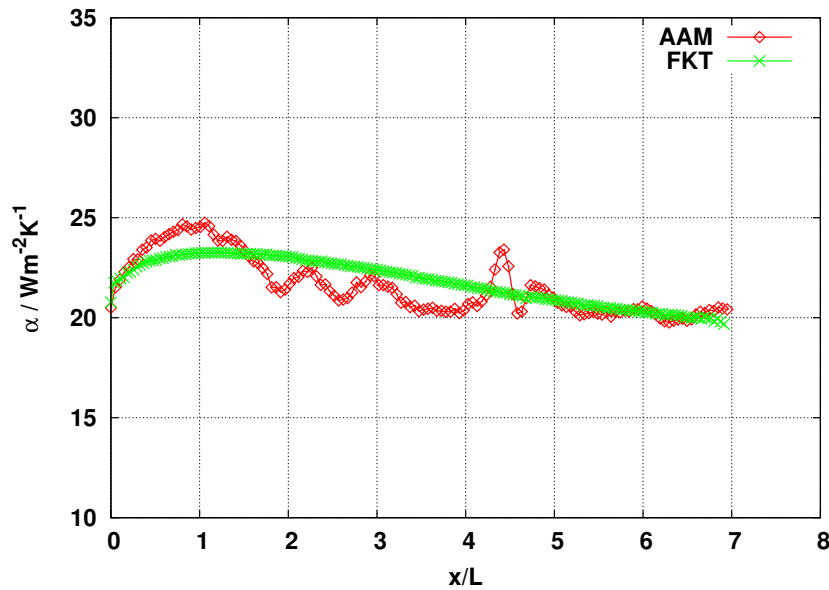


Abbildung 4.9: Gegenüberstellung der quergemittelten Wärmeübergangskoeffizienten aus Abb. 4.8: Das Mittelungsfeld hat die Abmessungen $\Delta x = 6,9L_{VG}$ und $\Delta y = 5L_{VG}$.

Um das Problem der unterschiedlichen Kanalgeometrien und der verschiedenen Grenzschichtverhältnisse zu umgehen, bietet es sich an, deutlich hinter dem Wirbelgenerator die Absolutwerte zu vergleichen. Der Wirbelgenerator beeinflusst die hydrodynamische Grenzschicht, indem Sekundärströmungsstrukturen den Impulstransport in Wandnähe dominieren. Die Vorgeschichte der sich bis zum VG ungestört entwickelnden Grenzschicht tritt also in den Hintergrund. Nach einigen VG-Längen sind die Störungen des Wirbelgenerators deutlich abgeklungen, die Verhältnisse in der hydrodynamischen Grenzschicht sind dann am ehesten vergleichbar.

Deshalb werden nun nur die quergemittelten Werte bei $x/L_{VG} = 6,9$ miteinander verglichen. Neben der FKT-Messung wird noch ein weiteres Verfahren, die so genannte Temperaturschwingungs-Methode (TSM) hinzugezogen, um weitere Referenzdaten zu erhalten. Die Funktionsweise der hier vorgestellten Methoden wird ausführlich in [60] beschrieben. Dort sind auch weitere Vergleiche der Messmethoden zu finden, die gute Übereinstimmungen zeigen.

Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.2 für zwei unterschiedliche Querausdehnungen des Mittelungsbereiches mit $\Delta y_M = 3L_{VG}$ bzw. $\Delta y_M = 5L_{VG}$ zusammengestellt. Hier zeigt sich eine generell gute Übereinstimmung. Trotz der unterschiedlichen Messbedingungen deutet aber gerade der letzte Vergleich darauf hin, dass alle drei Messmethoden konsistente Absolutwerte liefern.

Methode	$\Delta y_M = 3L_{VG}$	$\Delta y_M = 5L_{VG}$
	$\langle \alpha \rangle$ in W/m^2K	$\langle \alpha \rangle$ in W/m^2K
AAM	24,72	20,42
FKT	20,87	19,68
TSM	22,34	21,36

Tabelle 4.2: Vergleich der quergemittelten Wärmeübergangskoeffizienten bei $x/L_{VG} = 6, 9$ und zwei verschiedenen lateralen Mittelungstrecken Δy_M

Zusammen mit dem Vergleich mit Literaturwerten der ebenen Kanalströmung (vgl. Abschnitt 4.4) stellt die Summe der gemachten Vergleiche eine gute Validierung der Kalibrierung der AAM dar.

5 Ergebnisse der Strömungsanalyse

In diesem Abschnitt werden Ergebnisse von Strömungsmessungen in zwei verschiedenen Wärmeübertragergeometrien dargestellt. Zum einen handelt es sich um einen Rohrbündel-Wärmeübertrager mit versetzt angeordneten Rohren und ebenen Lamellen, zum anderen wird ein Flachrohr-Wärmeübertrager mit horizontal verkippten Flachrohren und ebenfalls ebenen Lamellen untersucht.

5.1 Rohrbündel-Wärmeübertrager

5.1.1 Modell des Wärmeübertragers

Beim zu untersuchenden Rohrbündel-Wärmeübertrager wird lediglich ein Segment betrachtet, das durch zwei gegenüberliegende ebene Lamellen begrenzt wird. Das für die laseroptischen Untersuchungen verwendete Modell dieses Segments ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Zusätzlich ist hier ein zur Lamelle parallel liegender Lichtschnitt eingezeichnet. Der Wandabstand des Lichtschnitts wird wie eingezeichnet mit der dimensionslosen Länge $z/h_{1/2}$ bezeichnet, wobei $h_{1/2}$ für den halben Lamellenabstand steht.

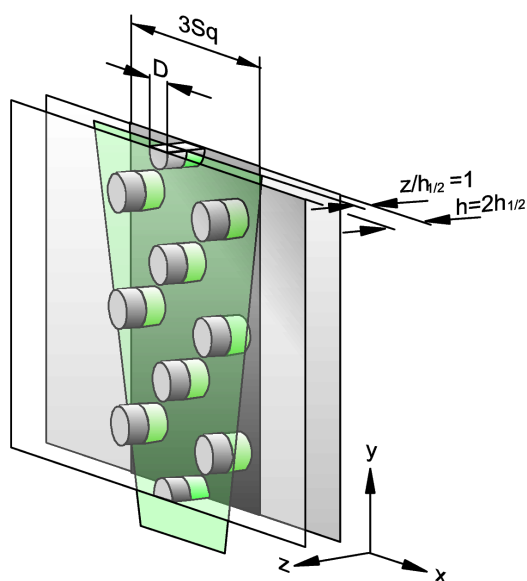


Abbildung 5.1: Modell des untersuchten Rohrbündel-Wärmeübertragers mit eingezeichnetem Lichtschnitt

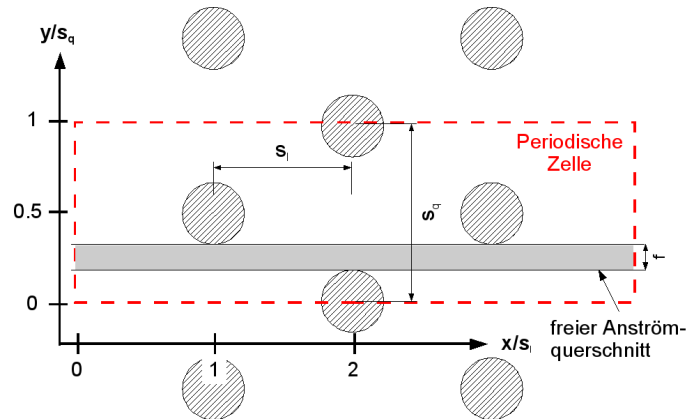


Abbildung 5.2: Skizze einer periodischen Zelle im Rohrbündel-Wärmeübertrager

Das Modell ist aus Acrylglas gefertigt. Die PIV-Kamera blickt in $-z$ -Richtung, d.h. senkrecht auf die Lamellenfläche, so dass eine perspektivische Korrektur der aufgenommenen Bilder nicht notwendig ist. Die in Kamera-Blickrichtung gesehen rückwärtige Wand ist gemäß den Ausführungen in Abschnitt 3.2.1 zur Streulichtreduktion lackiert (vgl. auch Abb. 5.13).

In vertikaler, d.h. in y -Richtung, wiederholen sich die geometrischen Elemente periodisch. Es kann eine periodische Zelle identifiziert werden, aus der der Wärmeübertrager aufgebaut ist. Diese Periodizität wird sich auch im Strömungsbild sowie in der Wärmeübergangsverteilung widerspiegeln. Lediglich in den Randbereichen ist mit Abweichungen von der idealen Periodizität zu rechnen. Eine Beschreibung lässt sich aus diesem Grund auf die Analyse einer einzigen periodischen Zelle beschränken. Eine solche Zelle ist in Abbildung 5.2 skizziert.

Weitere Details zu dieser Geometrie sind in [15] zu finden. Sämtliche PIV-Messungen an der Rohrbündel-Geometrie werden mit der von der Firma ILA GmbH gelieferten Standard-Lichtschnittoptik aufgenommen. Die im Abschnitt 3.2.2 beschriebene Linsenkonfiguration stand zum Zeitpunkt der Rohrbündel-Messungen noch nicht zur Verfügung.

5.1.2 Zweidimensionales Strömungsfeld in Rohrbündel-Geometrie

Zunächst soll die Strömung in der Symmetrieebene zwischen beiden Lamellen des Rohrbündel-Wärmeübertragers, d.h. bei $z/h_{1/2} = 1$, und einer Re-Zahl von $Re_{dh} = 6000$ betrachtet werden. Die Re-Zahl ist auf den hydraulischen Durchmesser nach Mc Quiston [61]

$$d_h = \frac{4V_{\text{fluid}}}{A_a} \quad (5.1)$$

bezogen. In obiger Definition steht V_{fluid} für das dem Fluid zur Verfügung stehende Volumen und A_a für die vom Fluid benetzte Fläche. Der hydraulische Durchmesser beträgt für das PIV-Modell $d_h = 28,67\text{mm}$.

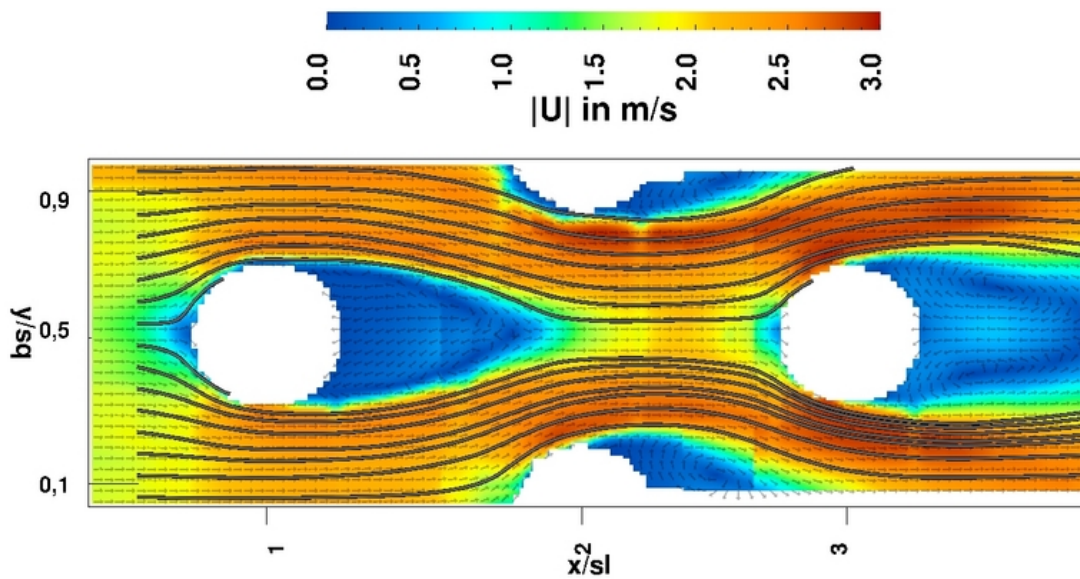


Abbildung 5.3: Mittleres Strömungsfeld in der untersuchten Rohrbündelgeometrie bei einer Re-Zahl von $Re_{dh} = 6000$ und einem Wandabstand von $z/h_{1/2} = 1$

Die Strömung in der Geometrie wird maßgeblich von den Kältemittelrohren bestimmt. Sie sorgen für eine Verblockung und damit für einen effektiv geringeren freien Strömungsquerschnitt. Das führt in weiten Teilen innerhalb der Geometrie aufgrund der Kontinuitätsgleichung zu einer Erhöhung der Geschwindigkeiten, wie in Abbildung 5.3 zu erkennen ist. Diese Tatsache korrespondiert mit einer Einschnürung der Stromlinien, was einen Indikator für eine beschleunigte Strömung darstellt.

Neben den Gebieten hoher Geschwindigkeit sorgen die Rohre in ihrem Staupunkt und vor allem im Nachlauf für deutlich geringere Geschwindigkeiten. Im Staupunkt wird die Strömung vollständig abgebremst und die kinetische Strömungsenergie in Druckenergie umgesetzt. Im Nachlaufgebiet der Rohre bildet sich ein Totgebiet mit Rückströmung aus. Die Größe und Form dieses Totgebietes wird von der Hauptströmung beeinflusst. So sorgt die von den beiden versetzt angeordneten Rohren der zweiten Rohrreihe (bei $x/s_l = 2$) hervorgerufene Einschnürung der Strömung auch für eine Verkleinerung und laterale Kompression des Totgebietes hinter der ersten Rohrreihe (bei $x/s_l = 1$). Im Gegensatz dazu ist das Totgebiet hinter der letzten Rohrreihe (bei $x/s_l = 3$) deutlich stärker ausgeprägt, da hier das Fluid frei abströmen kann.

Weitere Details zu den Strömungsbildern und abgeleiteten Strömungsgrößen in der Mitte der Geometrie sind bei Bender [15] zu finden, deshalb wird darauf hier nicht näher eingegangen. In dieser Arbeit interessieren vor allem die Strömungsvorgänge in Wandnähe, da diese maßgeblichen Einfluss auf die Wärmeübertragung haben. Aus diesem Grund wird

im folgenden Abschnitt analysiert, wie sich die Strömung verändert, wenn die Messebene sukzessiv dichter an die Wand verschoben wird.

5.1.3 Variation des Wandabstandes

Die quer angeströmten Kältemittelrohre beeinflussen nicht nur durch eine Querschnittsverengung die Primärströmung, sondern sind auch in der Lage, ausgeprägte Sekundärströmungen zu induzieren. Es ist allgemein bekannt, dass quer angeströmte zylinderförmige Rohre, die senkrecht auf ebenen Flächen stehen, dreidimensionale longitudinale Hufeisenwirbel erzeugen [62, 63]. In thermischen Anwendungen haben diese einen starken Einfluss auf den Wärmeübergang [64]. In diesem Abschnitt soll untersucht werden, inwieweit sich diese Hufeisenwirbel in planaren PIV-Messungen identifizieren lassen. Dazu wird exemplarisch das Strömungsgebiet um die erste Rohrreihe (bei $x/s_l = 1$, vgl. Abb. 5.2) ausgewählt. In diesem Bereich haben die Sekundärströmungseffekte den größten Einfluss auf den Wärmeübergang, wie parallel dazu durchgeführte Messungen (vgl. Abschnitt 6.1) gezeigt haben. Schon der erste Blick auf die PIV-Rohbilder zeigt, dass in Wandnähe die Hufeisenwirbel durch eine inhomogene Verteilung des Seedings identifiziert werden können (vgl. Abb. 5.6).

Mit der Standard-Lichtschnittoptik der Firma ILA können in der Rohrbündel-Geometrie Wandabstände bis $z/h_{1/2} = 0,1$ realisiert werden. Zunächst wird untersucht, wie sich das mittlere Geschwindigkeitsfeld in Abhängigkeit vom Wandabstand ändert. In Abbildung 5.4 ist eine Serie mit vier verschiedenen Wandabständen dargestellt. Verglichen mit dem Geschwindigkeitsfeld in der Symmetrieebene 5.4a kann schon bei Wandabständen von $z/h_{1/2} \leq 0,35$ (Abb. 5.4b bis 5.4d) eine veränderte Geschwindigkeitsverteilung sowie eine Abnahme der Geschwindigkeitsbeträge beobachtet werden. Die Fläche des Totgebietes stromab des Rohres wird zur Wand hin kleiner. In Querrichtung bilden sich für $z/h_{1/2} \lesssim 0,2$ und bei lateralen Positionen von $y/D \approx \pm 0,7$ deutlich sichtbare, armartige Regionen mit erhöhten Geschwindigkeiten aus.

Dieser Vergleich zeigt, dass bei den hier realisierbaren Wandabständen und bei einer Re-Zahl von $Re_{dh} = 6000$ bereits deutliche Wandeinflüsse in den planaren PIV-Messungen zu beobachten sind. Für die Analyse des Zusammenspiels von Sekundärströmungseffekten und Wärmeübergang sind aber nicht in erster Linie die planaren Geschwindigkeitskomponenten U und V , sondern vielmehr die „Out-of-Plane“-Größe W von entscheidender Bedeutung. Diese sind allerdings nur unvollständig und auch nur indirekt zu bestimmen, da die dritte Geschwindigkeitskomponente mit der vorhandenen Messapparatur nicht bestimmt werden kann.

Wie in Abschnitt 3.3.1 bereits angesprochen, kann unter Annahme inkompressibler Strömung die Ableitung der dritten Geschwindigkeitskomponente in Wandnormalenrichtung ($\partial W / \partial z$) unter Ausnutzung der Kontinuitätsgleichung mit Hilfe von Gleichung 3.5 bestimmt werden. Diese Größe ist ein Maß für die Dreidimensionalität der Strömung, denn sie gibt an, inwieweit das vorliegende planare Feld von idealer Zweidimensionalität, d.h. verschwindender W -Komponente, abweicht. Von Null abweichende Werte von $\partial W / \partial z$ deu-

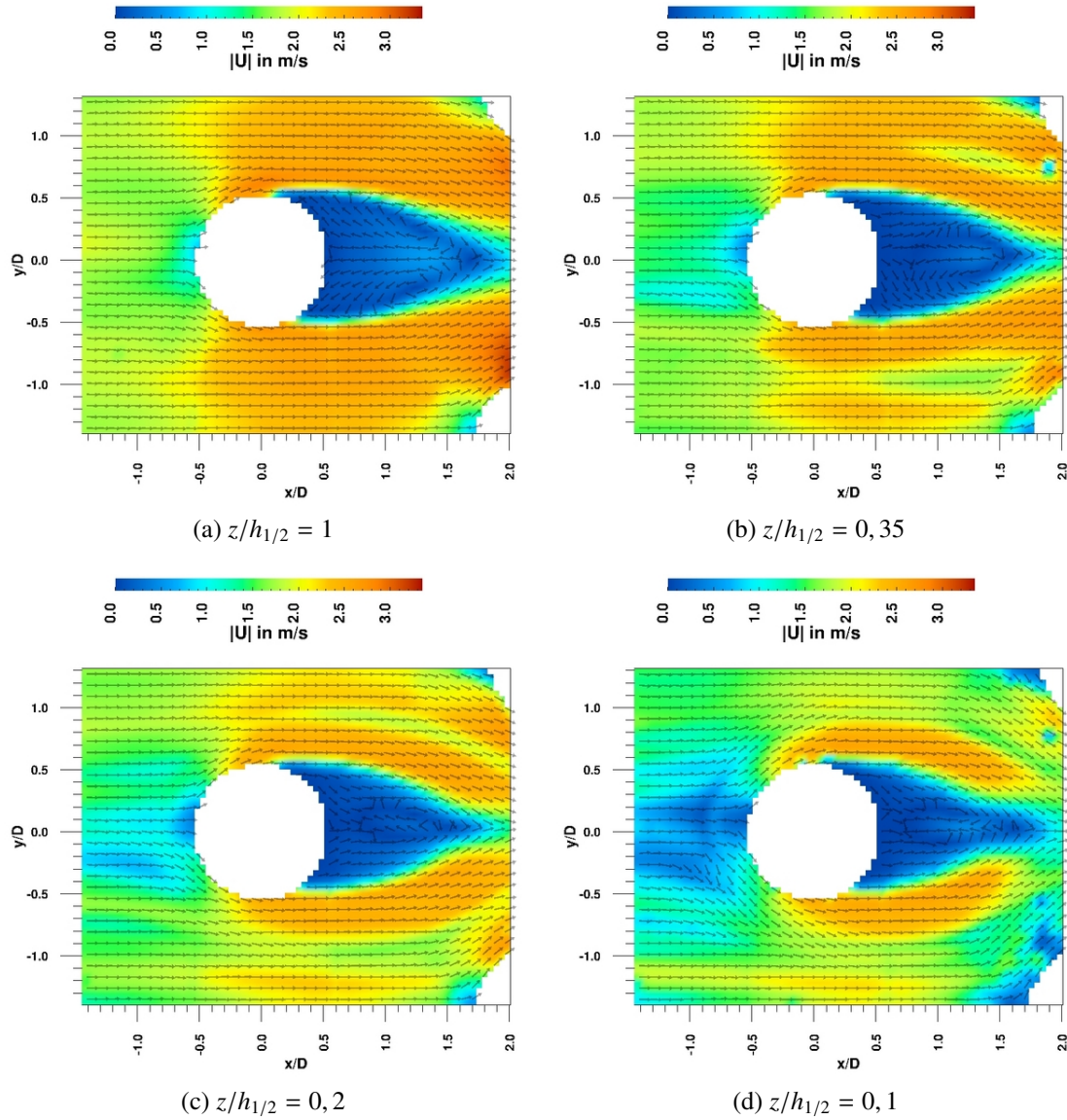


Abbildung 5.4: Mittleres Geschwindigkeitsfeld als Funktion des Wandabstandes um ein Rohr der ersten Rohrreihe bei $Re_{dh} = 6000$: Der Wandabstand variiert im Bereich von $1 \geq z/h_{1/2} \geq 0,1$. Die Ortskoordinaten sind in Einheiten des Rohrdurchmesser D angegeben.

ten auf eine senkrecht zur Messebene beschleunigte Strömung hin. Je mehr diese Werte von Null abweichen, desto stärker ist die Änderung in z -Richtung.

Nach Gleichung 2.22 ist die Kopplung zwischen Geschwindigkeits- und Temperaturfeld dann am stärksten, wenn sich die Strömung parallel oder antiparallel zum Temperaturgradienten bewegt. In diesem Fall ist der konvektive Wärmetransport am größten. Wird davon ausgegangen, dass in dem untersuchten Wärmeübertrager der Temperaturgradient primär in z -Richtung verläuft, d.h. dass die extern über die Lamelle aufgeprägten Temperaturunterschiede den dominierenden Beitrag zu $\vec{\nabla}T$ liefern, ist es also gerade die W -Komponente, die für den Wärmetransport entscheidend ist.

Durch die indirekte Messung von $\partial W/\partial z$ ist es nicht möglich, eine eindeutige Aussage über die Größe und das Vorzeichen von W zu machen. Für die hier angestrebte kombinierte Betrachtung von Strömung und Wärmeübergang reicht es allerdings aus, die Größe $\partial W/\partial z$ als Maß für eine „Aktivität“ in Wandnormalenrichtung anzusehen, der auch ein Impulstransport in z -Richtung zugrunde liegt.

Prinzipiell besteht die Möglichkeit, bei einer sehr feinen Abrasterung in z -Richtung die Werte der W -Komponente durch Integration von $\partial \langle W \rangle / \partial z$ gemäß $\int_{z_0}^z \langle W(z) \rangle dz$ zu bestimmen. Die Integrationskonstante würde in der Symmetrieebene unter Annahme einer verschwindenden W -Geschwindigkeit mit $\langle W(z/h_{1/2} = 1) \rangle = 0$ angenommen werden. Dieses Verfahren haben z.B. Lang und Limberg [65] zur Rekonstruktion eines stationären dreidimensionalen Geschwindigkeitsfeldes über einem Tragflügel genutzt. Eine weitere Möglichkeit, mit planarem PIV-Geschwindigkeitsinformationen in der dritten Richtung zu erhalten, wird auch als Zwei-Ebenen-PIV bezeichnet. Hier werden zwei dicht zusammenliegende Messebenen ausgewertet. Je nachdem, ob sich Seeding-Partikel in die Messebene hinein oder aus ihr heraus bewegen, kann eine unterschiedliche Helligkeit des jeweiligen Partikels in den Messebenen festgestellt werden. In der Auswertung äußert sich das in einer unterschiedlichen Höhe des Korrelationspeaks. Daraus lassen sich Informationen über die ebenennormale Komponente erhalten (vgl. [66]).

Aus den in Abbildung 5.4 gezeigten Geschwindigkeitsfeldern lassen sich mit Gleichung 3.5 die Residuen der Kontinuitätsgleichung, $\partial W/\partial z$, berechnen (vgl. Abb. 5.5). In diesem Fall handelt es sich um die gemittelten Felder. In der Symmetrieebene ($z/h_{1/2} = 1$, s. Abb. 5.5a) liegen die Werte der Residuen im Mittel sehr nahe bei Null. Stärkere Abweichungen treten im Bereich der Rohre auf. Sie sind auf Reflexionen zurückzuführen, die für eine lokale Überbelichtung und fehlerhafte Auswertung sorgen. In den Geschwindigkeitsfeldern selbst zeigt sich dieses Problem kaum. Eine ähnliche Situation liegt im Bereich unmittelbar unterhalb der Rohre vor. Trotz der transparenten Ausführung der Hohlrohre ist die Lichtintensität des transmittierten Lichtes etwas geringer als in den Bereichen, in denen das Laserlicht noch nicht durch ein Rohr hindurchgetreten ist. Diese unterschiedlich stark ausgeleuchteten Bereiche sind in Abbildung 5.6 gut zu identifizieren. Es zeigt sich, dass insbesondere im Übergangsbereich zwischen hoher und niedriger Intensität mit starkem Kontrastwechsel die Geschwindigkeitsableitungen deutlich überschätzt werden. Genauso

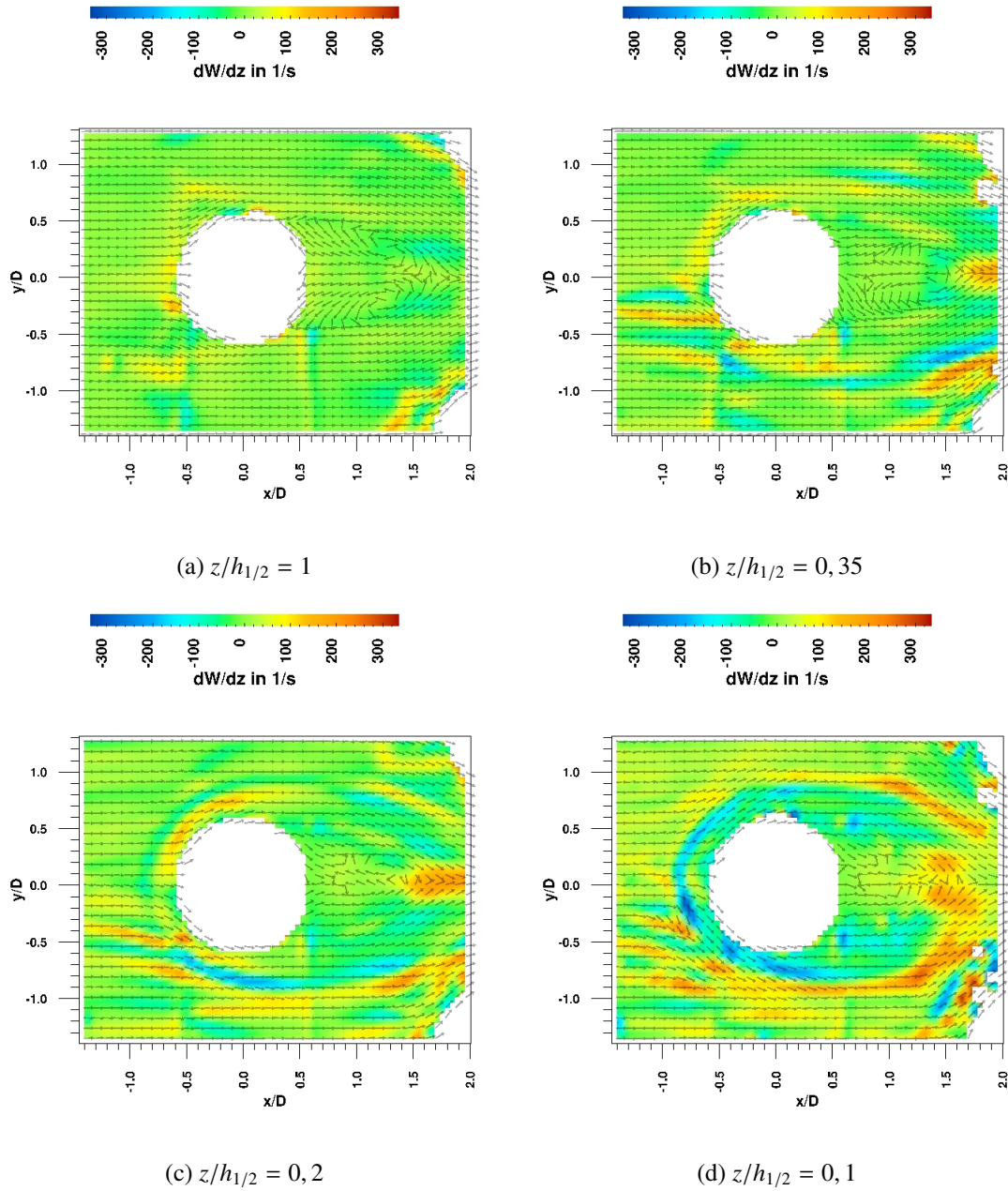


Abbildung 5.5: Mittlere Felder der Residuen ($\partial \langle W \rangle / \partial z$) als Funktion des Wandabstandes: Betrachtet wird ein Rohr der ersten Rohrreihe bei $Re_{dh} = 6000$. Der Wandabstand variiert im Bereich von $1 \geq z/h_{1/2} \geq 0,1$.

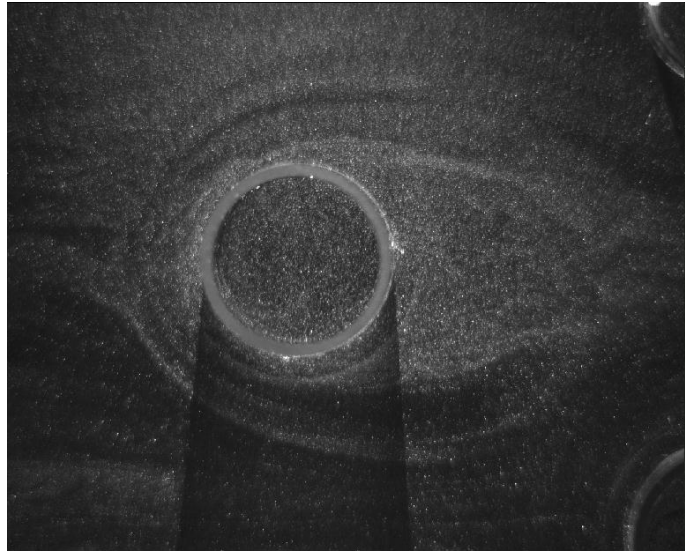


Abbildung 5.6: Partieller Schattenwurf durch ein Rohr bei einem Wandabstand von $z/h_{1/2} = 0,1$: Nach dem Durchtritt des von oben eintretenden Laserlichts ist die Intensität unterhalb des Rohres deutlich geringer. Man erkennt einen deutlichen Kontrastsprung im Übergangsbereich.

sind die Randbereiche des Bildausschnittes tendenziell zu schwach ausgeleuchtet, so dass hier die berechneten Werte ebenso kritisch beurteilt werden müssen.

Wie die Geschwindigkeitsfelder zeigt auch die Verteilung der Residuen eine deutliche Abhängigkeit vom Wandabstand, d.h. bei kleinerem Wandabstand nehmen die Werte von $\partial\langle W\rangle/\partial z$ tendenziell zu, und es bilden sich klare Strukturen aus. Ab einem Wandabstand von $z/h_{1/2} \lesssim 0,2$ deuten sich hufeisenförmig geformte Bereiche mit hohen Werten an (Abb. 5.5c und 5.5d). Die Ergebnisse liefern erste Hinweise, dass die Größe $\partial\langle W\rangle/\partial z$ geeignet ist, um die Hufeisenwirbelstrukturen in planaren PIV-Messungen zu identifizieren.

Die Analyse des Hufeisenwirbelbereiches soll im folgenden Abschnitt noch ausführlicher und mit räumlich besser auflösenden Messungen geschehen.

5.1.4 Lokale Phänomene im Strömungsfeld

Im vorangegangenen Abschnitt konnte qualitativ ein Wandeinfluss messtechnisch nachgewiesen werden. Für den Wärmeübergang sind insbesondere die Hufeisenwirbel interessant, da sie zu einer lokalen Wärmeübergangserhöhung führen. Bei den vorausgegangenen Messungen aus Abschnitt 5.1.3 wurden z.T. Störeinflüsse durch Reflektionen, zu geringe Ausleuchtung und Abschattungen festgestellt. Um auszuschließen, dass diese Faktoren insbesondere in den Geschwindigkeitsableitungen Artefakte erzeugen, wird ein verkleinerter Messausschnitt oberhalb eines Kältemittelrohres der ersten Rohrreihe gewählt (vgl. Abb. 5.7). Der Messausschnitt hat eine Ausdehnung von $27\text{mm} \times 21\text{mm}$. Bei der

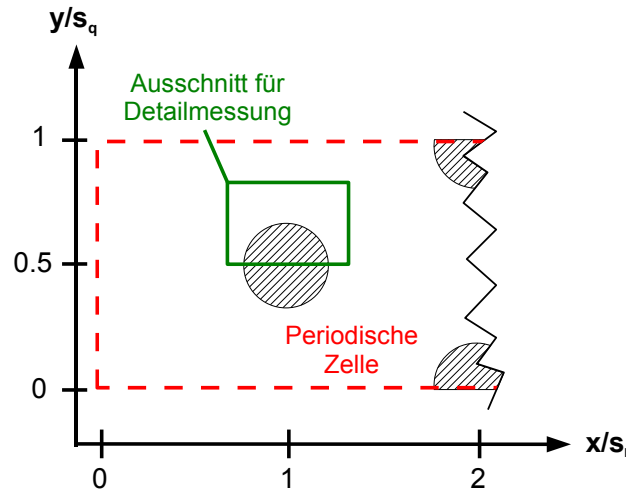


Abbildung 5.7: Skizze des untersuchten Gebietes für die Detailmessungen im Hufeisenwirbelbereich

standardmäßig verwendeten Abfragefenstergröße von 32×32 Pixeln und 50% Überlapp ergibt sich eine Vektorendichte von ungefähr 3 mm^{-1} . Die Wahl dieses Bereiches hat den Vorteil, dass er oberhalb des Rohres (bei $\approx y/s_q = 0,65$) liegt und aus diesem Grund nicht durch Schattenwurf beeinträchtigt wird. Des Weiteren erlaubt der kleinere Messausschnitt eine homogenere Beleuchtung, da nur ein kleiner Teil belichtet werden muss und sich hier eine konstante und ausreichend intensitätsstarke Beleuchtung mit der vorhandenen Optik realisieren lässt.

Das aus den mittleren Geschwindigkeiten bei $z/h_{1/2} = 0,1$ berechnete Feld $\partial \langle W \rangle / \partial z$, das in Abbildung 5.8 dargestellt ist, zeigt in dieser Detailmessung deutlich eine charakteristisch hufeisenförmige Struktur. Innerhalb des Bereiches hoher Werte von $\partial \langle W \rangle / \partial z$ befindet sich ein Streifen mit negativen Werten, neben dem direkt ein Streifen mit positiven Werten liegt. Diese Struktur wird als indirekter Hinweis, quasi als Signatur des Hufeisenwirbels, interpretiert.

Diese Interpretation wird im nächsten Abschnitt durch einen kurzen Vergleich mit einem Modellsystem eines Wirbels überprüft.

Vergleich mit einem Wirbel–Modellsystem

Da die Größe $\partial \langle W \rangle / \partial z$ bisher nur als „Aktivität“ der Strömung in z -Richtung aufgefasst wurde, wird jetzt überprüft, ob die gemessenen Ableitungen Muster eines Wirbels sein können. Es geht dabei nicht darum, eine modellhafte Beschreibung eines Hufeisenwirbels zu erhalten, sondern es wird untersucht, wie der Verlauf der Ableitung $\partial \langle W \rangle / \partial z$ bei einem analytisch beschreibbaren Wirbel aussieht.

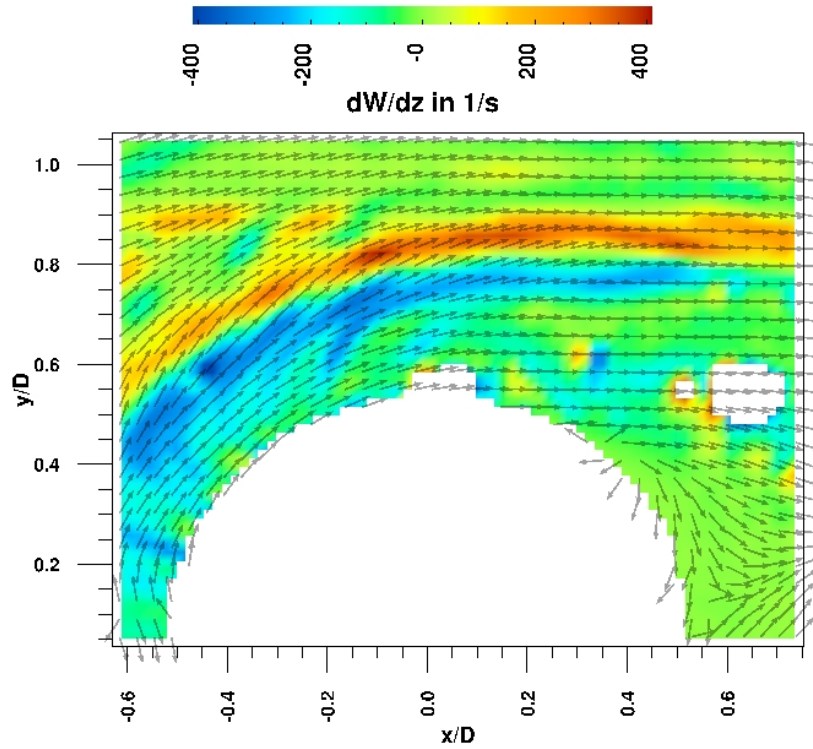


Abbildung 5.8: Berechnetes Feld $\partial\langle W \rangle / \partial z$ aus einer Detailmessung oberhalb eines Rohres der ersten Rohrreihe bei $Re_{dh} = 5000$ und $z/h_{1/2} = 0, 1$

Analytische Beschreibungen von Wirbeln existieren vornehmlich für den laminaren Bereich. Im einfachsten Fall einer Potentialströmung tritt z.B. der sogenannte Potentialwirbel auf, der zwar eine Zirkulation aufweist, aber dessen Rotation verschwindet ($\vec{\nabla} \times \vec{U} = 0$). In diesem Abschnitt wird ein räumlich exponentiell abklingender Wirbel herangezogen. Aus der reibungsbehafteten, zweidimensionalen Wirbeltransportgleichung kann analytisch der sogenannte Hamel–Oseen–Wirbel abgeleitet werden. Die Lösung beschreibt die laminare Diffusion von Wirbelstärke aus dem Wirbelzentrum hinaus nach außen:

$$\vec{\nabla} \times \vec{U} = \vec{\Omega} = \frac{\Gamma_0}{4\pi\nu t} e^{-\frac{r^2}{4\nu t}}. \quad (5.2)$$

In diesem Ausdruck steht Γ_0 für den anfänglichen Wert der Zirkulation (vgl. auch Gleichung 3.1) und r für die Radialkoordinate, d.h. den Abstand vom Wirbelzentrum. Mit Hilfe des Stokes'schen Satzes gelangt man zu einem Ausdruck für die Zirkulation:

$$\Gamma(r, t) = \Gamma_0 \left(1 - e^{-\frac{r^2}{4\nu t}} \right). \quad (5.3)$$

Jetzt kann mit $\Gamma = \int \vec{U} \cdot d\vec{s} = \int U_\varphi r d\varphi$ die Tangentialgeschwindigkeit als Funktion von Ort und Zeit angegeben werden:

$$U_\varphi(r, t) = \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \left(1 - e^{-\frac{r^2}{4\pi t}} \right). \quad (5.4)$$

Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass dieser radialsymmetrische Wirbel in der y – z –Ebene liegt (vgl. Abb. 5.9a). Zu einer festen Zeit t_0 wird nun die Ableitung $\partial W / \partial z$ an verschiedenen Positionen z_i berechnet.

Dazu wird der Ausdruck 5.4 in das in den Messungen verwendete kartesische Koordinatensystem transformiert und die Drehrichtung des Hufeisenwirbels übernommen. Da dieser oberhalb des Rohres, in x –Richtung geschaut, rechtsdrehend ist, soll auch der „Modellwirbel“ in der y – z –Ebene dieselbe Drehrichtung aufweisen. Somit ergibt sich für das Geschwindigkeitsfeld in dieser Ebene:

$$\vec{U}_{2D} = \frac{\Gamma_0}{2\pi(y^2 + z^2)} \left(1 - e^{-\frac{y^2 + z^2}{4\pi t}} \right) \begin{pmatrix} y \\ -z \end{pmatrix}. \quad (5.5)$$

Die Ableitung $\partial W / \partial z$ entspricht hier der Ableitung der ersten Komponente von 5.5, die sich schreibt als:

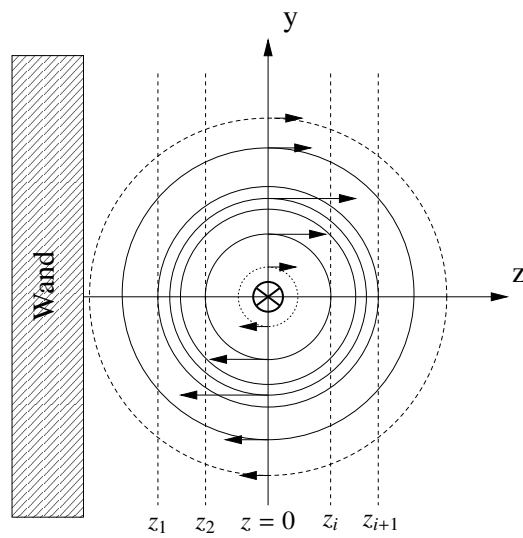
$$\frac{\partial W}{\partial z}(y, z, t) = \frac{\Gamma_0 y z}{\pi(y^2 + z^2)^2} \left[\left(\frac{y^2 + z^2}{4\pi t} + 1 \right) e^{-\frac{y^2 + z^2}{4\pi t}} - 1 \right]. \quad (5.6)$$

In den PIV–Messungen liegen die Messebenen bei den Wandserien an einer bestimmten Stelle z_i parallel zur Wand, d.h. in der x – y –Ebene. Die Größe $\partial W / \partial z|_{z_i}$ kann in der gesamten Messebene bestimmt werden. Es wird aber nur eine feste x –Position herausgegriffen, so dass die Funktion $\partial W / \partial z(y, z_i)$ aus den Messungen extrahiert werden kann.

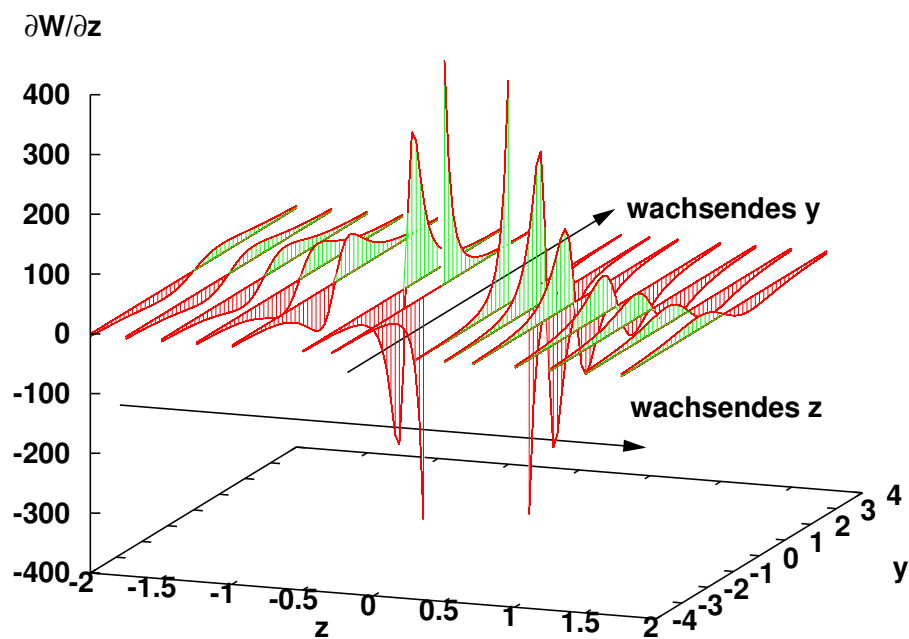
Mit Hilfe von Gleichung 5.6 wird bei $t = \text{const}$ die Größe $\partial W / \partial z(y, z_i)$ an verschiedenen Stellen z_i für den Modellwirbel berechnet. Eine Auftragung dieser Funktionen ist in Abbildung 5.9b dargestellt. Hier ist für verschiedene z –Positionen der Verlauf der Ableitung als Funktion der y –Koordinate aufgetragen. Die Funktionen $\partial W / \partial z(y, z_i)$ sind ungerade. Sie nehmen positive wie negative Werte an, die im lokalen System des Wirbels bei $z = 0$ ihr Vorzeichen wechseln: Für $z < 0$ ist $\partial W / \partial z$ bei $y < 0$ negativ und für $y > 0$ positiv (s. Abb. 5.9b). Das ändert sich, wenn die Drehachse bei $z = 0$ überschritten wird. Nun wird $\partial W / \partial z$ bei $y < 0$ positiv und bei $y > 0$ negativ. Es existiert also in y –Richtung ein charakteristischer Wechsel von positiven und negativen Werten von $\partial W / \partial z$. Dieser ist in unmittelbarer Umgebung des Wirbelkerns besonders stark.

Ein Vergleich dieser Ergebnisse mit der Signatur des Hufeisenwirbels bei $z/h_{1/2} = 0, 1$ in Abbildung 5.8 zeigt, dass auch hier der gleiche charakteristische Wechsel von positiven und negativen Werten der Ableitung $\partial W / \partial z$ in y –Richtung auftritt. In diesem Fall liegen die positiven Werte bei großen y –Werten und die negativen bei tieferen y –Positionen. Diese charakteristische Abfolge deckt sich mit dem vorausgesagten Ergebnis für einen um die x –Achse rotierenden Wirbel.

Wenn der gemessene Wirbel, in Strömungsrichtung geschaut, rechts herum rotiert, d.h., dass die Drehachse in $+x$ –Richtung zeigt, muss das Zentrum des Wirbels bei $z/h_{1/2} > 0, 1$



(a) Wirbel-Skizze



(b) $\frac{\partial W}{\partial z}(y, z_i)$

Abbildung 5.9: Hamel–Oseen–Wirbel: Im oberen Bild ist das Koordinatensystem, die Drehrichtung des Modellwirbels und die Positionen z_i , an denen die Ableitungen analysiert werden, skizziert. Das untere Bild zeigt den Verlauf von $\frac{\partial W}{\partial z}(y, z_i)$ für verschiedene Schnitte parallel zur y -Achse.

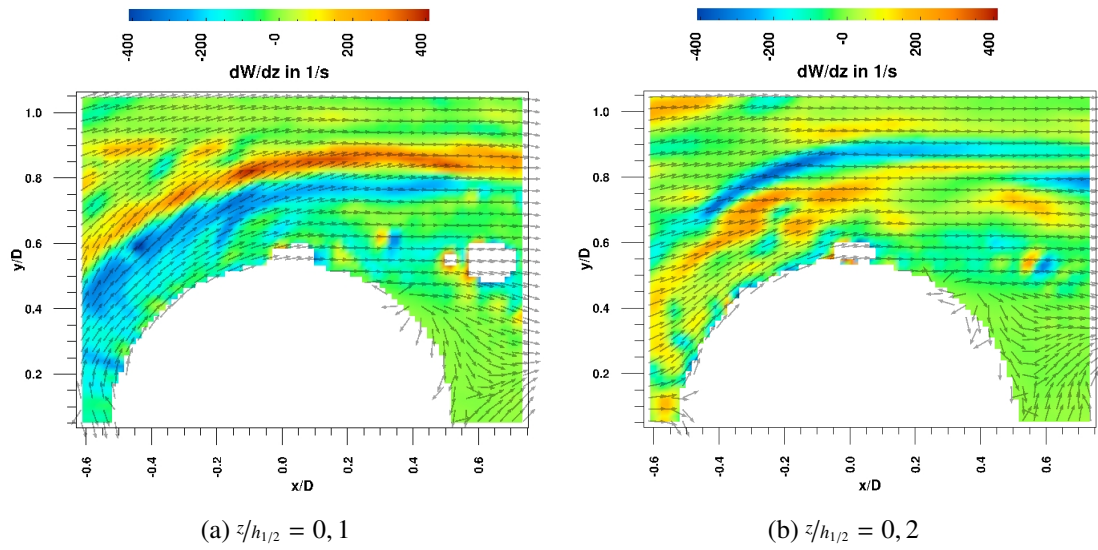


Abbildung 5.10: Vergleich der gemessenen Verteilung von $\partial\langle W \rangle / \partial z$ für den Wandabstand $z/h_{1/2} = 0, 1$ (links) und $z/h_{1/2} = 0, 2$ (rechts): Der Vorzeichenwechsel im hufeisenförmigen Band hoher Werte von $\partial W / \partial z$ deutet darauf hin, dass die Drehachse bei $0, 1 < z/h_{1/2} < 0, 2$ liegt.

liegen. Für größere Wandabstände sollte sich das Vorzeichen bei den Ableitungen umkehren.

In der Tat zeigt eine Messung bei $z/h_{1/2} = 0, 2$ ein nahezu invertiertes Bild. In Abbildung 5.10 sind beide Ergebnisse gegenübergestellt. Bei größerem Wandabstand liegen im hufeisenförmigen Band hohe Werte von $\partial W / \partial z$ die positiven Werte bei kleinen y -Werten und die positiven darüber bei größeren y -Werten. Daraus lässt sich folgern, dass die Drehachse des Hufeisenwirbels zwischen $z/h_{1/2} = 0, 1$ und $z/h_{1/2} = 0, 2$ liegen muss.

Für einen weiteren Vergleich werden die $\partial\langle W \rangle / \partial z$ -Werte entlang einer Linie parallel zur y -Richtung bei $x/D = 0, 15$ und einem Wandabstand von $z/h_{1/2} = 0, 1$ (vgl. Abb. 5.8) extrahiert. Diese Linie schneidet den Hufeisenwirbel. Die extrahierten Werte werden mit dem Verlauf der analytischen Funktion (Glg. 5.6) verglichen. Dazu werden die $\partial\langle W \rangle / \partial z$ -Werte und die Messdaten jeweils auf den positiven Maximalwert normiert. Außerdem wird die y -Koordinate der Messung so umskaliert, dass sowohl bei den Messdaten als auch bei der analytischen Funktion die Extrema an der gleichen y -Position liegen. Der Vergleich in Abbildung 5.11 weist qualitativ eine gute Übereinstimmung des Verlaufes und insbesondere des charakteristischen Wechsels von positiven und negativen Werten auf.

Durch den Vergleich mit einem modellhaften Wirbel lässt sich also zeigen, dass die gemessene Verteilung von $\partial\langle W \rangle / \partial z$ in der Tat von einem rechtsdrehenden Longitudinalwirbel hervorgerufen wird.

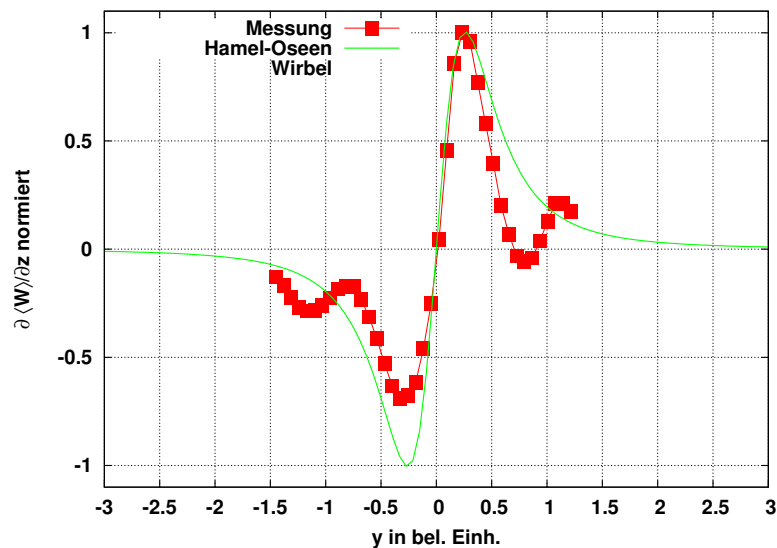


Abbildung 5.11: Vergleich des Verlaufes von $\partial W/\partial z(y, z_0)$ der Messung bei $z/h_{1/2} = 0, 1$ mit der analytischen Funktion bei $z = -0, 4$

5.2 Flachrohr–Wärmeübertrager

5.2.1 Modell des Wärmeübertragers

Für das Modell des Wärmeübertragers gelten analoge Anmerkungen wie die in Abschnitt 5.1.1 für den Fall des Rohrbündel–Wärmeübertragers gemachten. Aus diesem Grund wird hier nur auf die modellspezifischen Unterschiede eingegangen.

Im Wesentlichen unterscheidet sich das Flachrohrmodell dadurch, dass es anstatt der Rundrohre versetzt angeordnete, horizontal verkippte Flachrohre besitzt. Die Lamellen sind wie bei der Rundrohrgeometrie eben. Eine Schnittzeichnung des verwendeten Modells ist in Abbildung 5.12 gezeigt. Die Abmessungen des für die PIV–Messungen verwendeten Acrylglas–Modells sind in Tabelle 5.1 zusammengestellt. Auch der Flachrohr–Wärmeübertrager setzt sich aus in lateraler Richtung periodisch fortgesetzten Zellen zusammen. Das für die PIV–Messungen eingesetzte Modell besteht aus insgesamt drei periodischen Zellen, da die Kanalhöhe auf insgesamt 174mm begrenzt ist. Das Messvolu-

s_l/mm	s_q/mm	d/mm	L/mm	f/mm	φ
40	54,3	10	40	6,9	20°

Tabelle 5.1: Abmessungen des Modells des Flachrohr–Wärmeübertragers zur PIV–Analyse

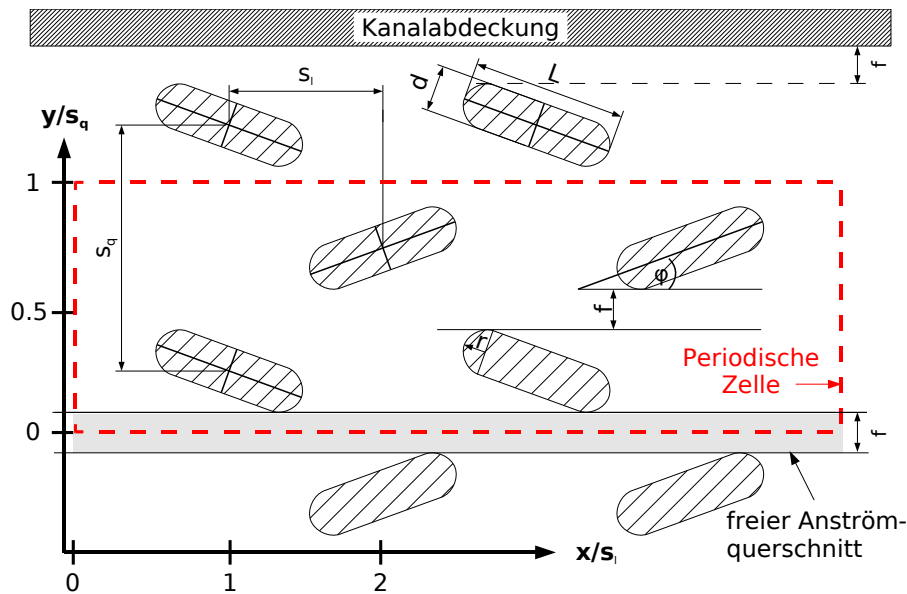


Abbildung 5.12: Skizze einer periodischen Zelle im Flachrohr–Wärmeübertrager

men wird durch eine transparente obere und untere Deckelplatte abgeschlossen (vgl. Abb. 5.12). Diesem Randbereich muss bei der Konstruktion besondere Beachtung geschenkt werden. Es ist das Ziel, strömungstechnisch einen annähernd periodischen Rand zu simulieren. Im Gegensatz zur Rohrbündel–Geometrie, bei der ein halbes Rohr als Abschluss zur Abdeckplatte verwendet wird (vgl. [15]), ist ein analoges Vorgehen bei der Flachrohr–Geometrie nicht möglich.

Es werden experimentell verschiedene Möglichkeiten daraufhin untersucht, inwieweit sie in der Lage sind, für die Strömung eine periodische Randbedingung zu simulieren. Die besten Ergebnisse werden mit einer Geometrie erzielt, bei der ein Spalt der Breite f zwischen Rohr und Abdeckplatte verbleibt (vgl. 5.12).

Für die wandnahen Messungen wird die in Kamerarichtung blickend rückwärtige Lamelle lackiert (s. Abb. 5.13), um das in Abschnitt 3.2.1 beschriebene Verfahren zur Streulichtreduktion zu nutzen.

5.2.2 Zweidimensionales Strömungsfeld in der Flachrohr–Geometrie

Im Flachrohr–Wärmeübertrager wird das Strömungsfeld noch deutlicher als beim Rohrbündel–Wärmeübertrager von den Kältemittelrohren bestimmt. In der Symmetrieebene zwischen beiden Lamellen, d.h. bei $z/h_{1/2} = 1$, wird das in Abbildung 5.14a gezeigte mittlere Geschwindigkeitsfeld gemessen. Das Bild setzt sich aus insgesamt sechs verschiedenen Messungen bei unterschiedlichen Lichtschnittpositionen zusammen. Entsprechend den Erläuterungen in Abschnitt 3.5.1 werden die gemittelten Geschwindigkeitsfelder überlagert.

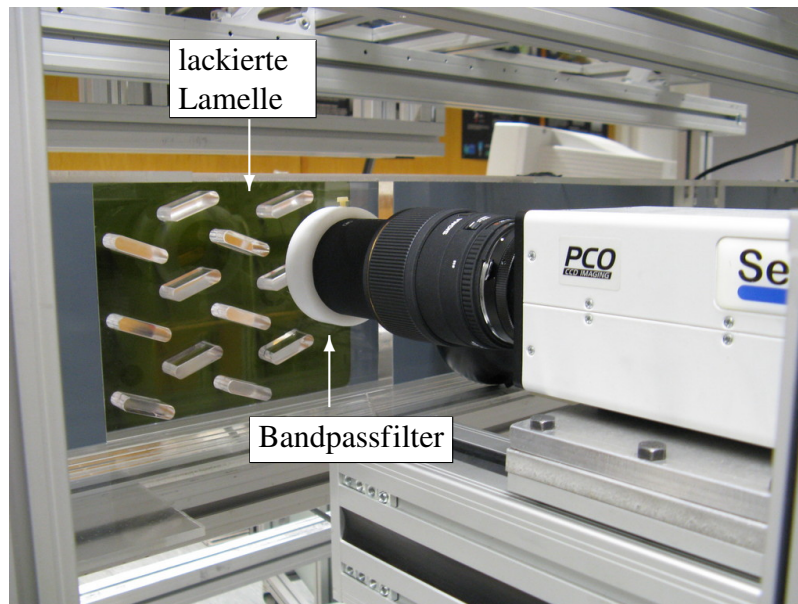


Abbildung 5.13: Foto der in den PIV-Messungen benutzten Flachrohr-Geometrie: Die rückwärtige Lamelle des Wärmeübertrager-Segmentes ist zur Streulichtreduktion lackiert. Auf dem Kameraobjektiv erkennt man den aufgesetzten Bandpassfilter.

In Abbildung 5.14a sind zusätzlich Stromlinien eingetragen, die einen wellenartigen Verlauf aufweisen. Dieser Verlauf wird der Strömung durch die Kältemittelrohre aufgeprägt. In der dargestellten Messung bilden sich zwei Strömungskanäle aus. Ein wellenartiges Stromlinienbündel verläuft ungefähr bei $y/s_q = 1$ und ein zweites befindet sich bei $y/s_q = 0,5$. Das Fluid in den beiden Kanälen mischt sich im Mittel nicht. Die Stromlinien verbleiben im jeweiligen Kanal und treten nicht in den benachbarten Kanal über.

Aufgrund der in Abschnitt 3.5 erläuterten Schattenproblematik können in einigen Bereichen keine Geschwindigkeitsdaten messtechnisch erhalten werden. Deshalb kann die Stromlinienverfolgung nicht über den gesamten Bereich des gemessenen Feldes erfolgen.

Die Verblockung und der damit verbundene effektiv geringere freie Strömungsquerschnitt führen zu einer Erhöhung der Geschwindigkeiten in vielen Bereichen der Geometrie. Daneben zeigt das Geschwindigkeitsfeld insbesondere stromab der letzten Rohrreihe (bei $x/s_l \approx 4,5$) deutlich ausgeprägte Totgebiete mit einer Rezirkulationsströmung. Die Strömung löst auf der Lee-Seite eines jeden Flachrohres ab. Die Größe des dadurch entstehenden Rezirkulationsgebietes wächst stromabwärts von Rohr zu Rohr. Durch einen jeweils unterschiedlichen Anströmwinkel löst die Strömung an jedem Rohr etwas anders ab, so dass auch die Rezirkulationsgebiete unterschiedlich ausfallen.

Bei einem Wandabstand von $z/h_{1/2} = 0,1$ werden die Rezirkulationsgebiete tendenziell kleiner. Die Messung bei einer Re-Zahl von $Re_{dh} = 3900$ ist in Abbildung 5.14b dargestellt. Hier werden insgesamt acht verschiedene Lichtschnitte überlagert. Der Stromlini-

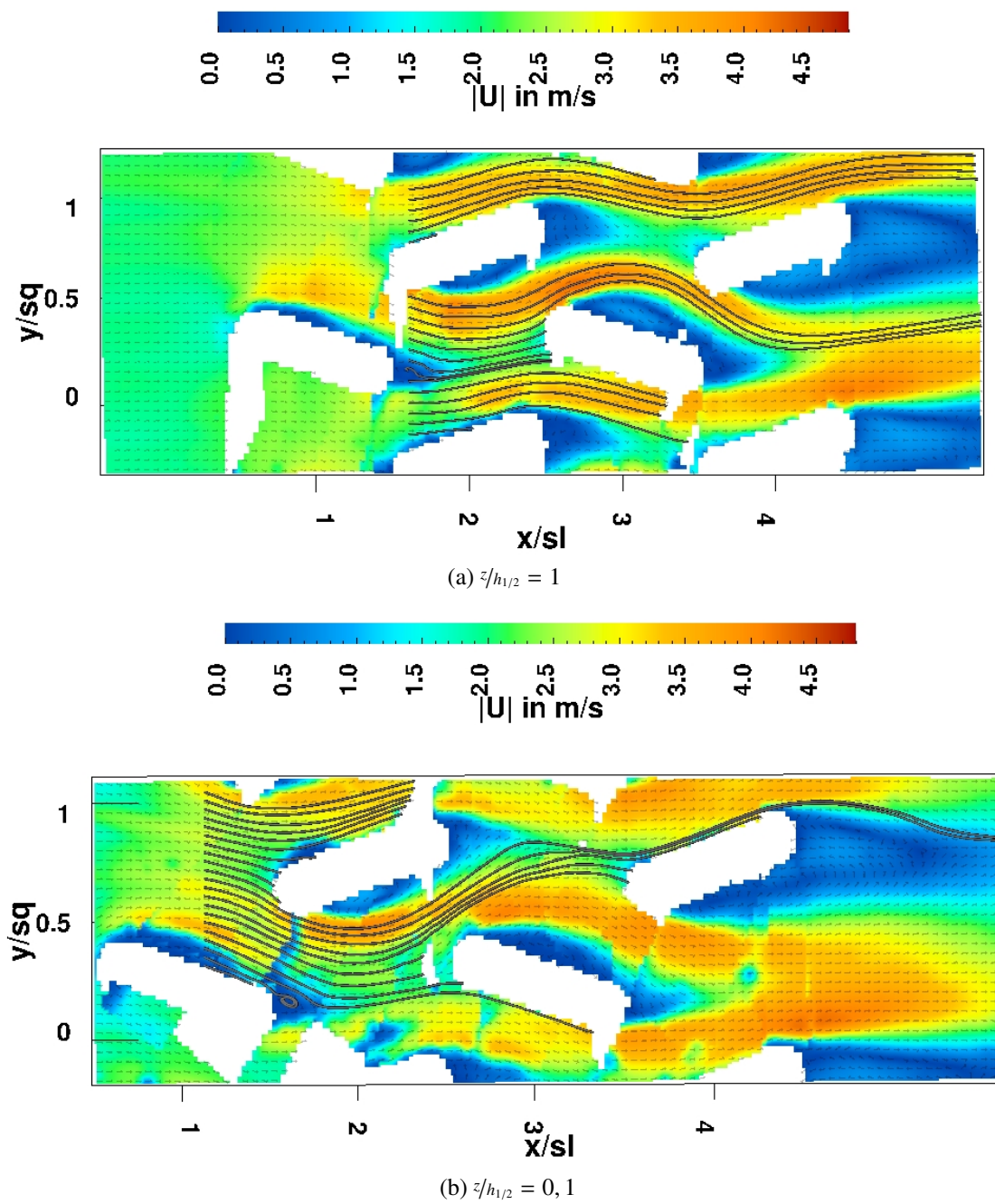


Abbildung 5.14: Mittleres Strömungsfeld im Flachrohr-Wärmeübertrager bei einer Re-Zahl von $Re_{dh} = 3900$ und einem Wandabstand von $z/h_{1/2} = 1$ und $z/h_{1/2} = 0, 1$

enverlauf ändert sich bei Annäherung an die Wand deutlich. Bei $z/h_{1/2} = 1$ existieren zwei deutlich getrennte Stromlinienbündel. In Wandnähe bei $z/h_{1/2} = 0,1$ treten Stromlinien aus dem unteren Kanal bei $y/s_q = 0,5$ in den oberen Kanal bei $y/s_q = 1$ ein. Es kommt zu einer Mischung von Fluid in lateraler Richtung. Diese verstärkte Querbewegung ist in der Symmetrieebene nicht festzustellen.

5.2.3 Vergleich mit einer CFD–Simulation

Die bisher untersuchte Flachrohr–Geometrie besitzt einen festen Anstellwinkel für sämtliche Rohre. Für zukünftige, weiterführende Arbeiten ist es interessant, den Einfluss der Winkelstellung auf das Strömungsbild zu untersuchen. Weiterführend gedacht, bietet es sich an, den hier nicht betrachteten Druckverlust simultan zur Geschwindigkeit zu bestimmen.

Experimentell sind derartige Geometriemodifikationen sehr zeitaufwendig und aufgrund der Schattenproblematik unter Umständen auch gar nicht zu realisieren. Aus diesem Grund ist es wünschenswert, ein zuverlässiges und validiertes numerisches Modell zur Beschreibung der Strömung zu entwickeln, mit dem sich Geometrieoptimierungen schnell und kostengünstig durchführen lassen.

Für die vorliegende Arbeit wird zunächst ein zweidimensionales numerisches Modell gesucht, das das gemessene Strömungsfeld möglichst gut abbildet. Die gemessene reale Strömung ist naturgemäß dreidimensional. Nur in der Symmetrieebene ($z/h_{1/2} = 1$) liegen quasi zweidimensionale Verhältnisse vor. Aus diesem Grund kann lediglich diese Messeebene zur Validierung herangezogen werden.

Um außerdem ein möglichst effizientes Modell für eine angestrebte Optimierung zu erhalten, wird eine stationäre Simulation bevorzugt. Als Simulations–Code wird der Strömungslöser Fluent® in der Version 6.3 benutzt [67]. Für die Gittererzeugung kommt der zu Fluent gehörige Gittererzeuger Gambit zum Einsatz.

Die Simulation wird auf die in Abbildung 5.12 eingezeichnete periodische Zelle beschränkt. Bei $y/s_q = 0$ und $y/s_q = 1$ wird demzufolge eine periodische Randbedingung angewendet. Am Einlass wird eine konstante Anströmgeschwindigkeit als Randbedingung gewählt und am Auslass ein konstanter Umgebungsdruck. Da das thermische Feld ebenfalls simuliert wird, erhalten die Kältemittelrohre eine konstante Temperatur als Randbedingung. Wärmeleitung in den Rohren wird nicht berücksichtigt.

Das Simulationsgebiet wird im Vergleich zur periodischen Zelle (vgl. Abb. 5.12) um einen Anlaufbereich von $2,75s_l$ und einen Abströmbereich von $3,5s_l$ Länge erweitert und mit einem hybriden Gitter diskretisiert. Die Grenzschicht besteht aus regelmäßigen Elementen. Der Rest des Volumens wird mit unstrukturierten Dreieckszellen ausgefüllt.

Ein unstrukturiertes Gitter wird deshalb gewählt, weil es die Möglichkeit einer automatisierten Gittererzeugung in einem Optimierungsprozess zulässt. Aus Gründen der Zeiteffizienz ist es das Ziel, mit einem möglichst einfachen Turbulenzmodell akzeptable Ergebnisse zu bekommen. Deshalb wird ein Zwei–Gleichungs–Modell favorisiert.

Die beste Übereinstimmung mit den Messergebnissen liefert das in Fluent implementierte SST- $k\omega$ -Modell. Dieses Modell ist eine Kombination aus $k-\epsilon$ -Modell im wandfernen Bereich und einem $k-\omega$ -Modell in Wandnähe. Es ist besonders geeignet, um Wandströmungen und Ablösungen vorauszusagen.

Um bei einem stationären Schema zu einer konvergierenden Lösung zu gelangen, sind verschiedene Zwischenschritte notwendig. Die Abfolge ist im Folgenden mit der Angabe der sich ändernden relevanten Parameter zusammenfassend aufgelistet:

1. Laminare Simulation mit Diskretisierungsschema 1. Ordnung Aufwind für Impuls, 2. Ordnung Aufwind für Temperatur, Standard Relaxationsfaktoren, Druck-Geschwindigkeit-Kopplung SIMPLE, 100 Iterationen,
2. Laminare Simulation mit Diskretisierung 2. Ordnung Aufwind für Impuls, Relaxationsfaktor Impuls $\downarrow 0,5$, 60 Iterationen,
3. SST- $k\omega$ -Modell, Diskretisierung 2. Ordnung Aufwind für turbulente kinetische Energie und spezifische Dissipationsrate, 100 Iterationen,
4. SST- $k\omega$ -Modell, Relaxationsfaktor Impuls $\uparrow 0,7$, 650 Iterationen.

Als kritischster Punkt, um eine konvergierende Lösung zu bekommen, stellt sich die Voraussage der Größe und Position des Ablösewirbels hinter der letzten Rohrreihe bei $x/s_l = 4,5$ (vgl. Abb. 5.14a) heraus.

Mit dem oben beschriebenen Schema ist es möglich, eine gute Übereinstimmung mit dem experimentell bestimmten Strömungsfeld zu erhalten. Das Simulationsergebnis ist in Abbildung 5.15 zu sehen. Im Vergleich mit Abbildung 5.14a zeigt sich qualitativ und quantitativ ein gut übereinstimmendes Strömungsfeld. Abweichungen tauchen vor allem in Größe und Form des Totgebietes hinter dem Rohr der letzten Rohrreihe auf. Der Stromlinienverlauf ist weitestgehend analog. Nur hinter dem letzten Rohr verlaufen die Stromlinien der Simulation nach oben, während sie im Experiment nahezu horizontal die Geometrie verlassen (vgl. auch [68]).

Die Tatsache, dass sich das Totgebiet hinter der letzten Rohrreihe und deshalb auch der Verlauf der Stromlinien unterscheiden, kann mit dem Einfluss der Kanalabdeckung im Experiment (vgl. Abb. 5.12) begründet werden. In der numerischen Simulation wird eine ideale Periodizität angesetzt. Diese kann im Experiment nur annähernd nachgebildet werden (s. Abschnitt 5.2.1). Offensichtlich lenkt die Kanalabdeckung die Strömung in -y-Richtung ab. Es kann also durch die numerische Simulation gezeigt werden, dass, zumindest in der Abströmung, das Experiment von einer idealen periodischen Strömungszelle abweicht.

Weiterhin wird der Druckverlust über der Geometrie sowohl experimentell als auch numerisch bestimmt. Der mittlere statische Differenzdruck wird dabei zwischen den Positionen $x/s_l = -1$ und $x/s_l = 5$ aufgenommen. Der numerisch berechnete Wert liegt bei $\Delta p_{\text{num}} = 8,7 \text{ Pa}$, und der experimentell gemessene Druckverlust beträgt $\Delta p_{\text{exp}} = (9,5 \pm 0,2) \text{ Pa}$. Das

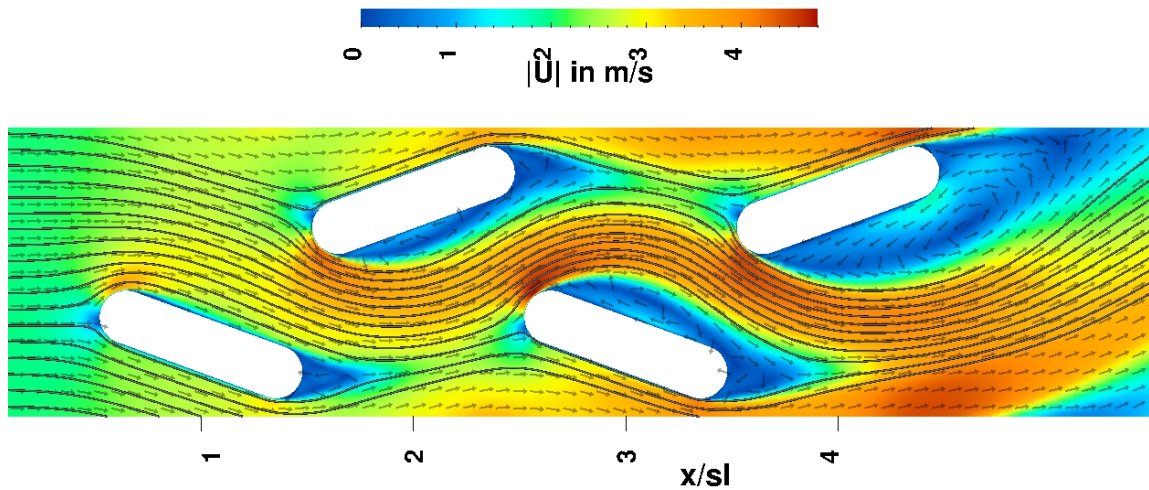


Abbildung 5.15: Ausschnitt des Strömungsfeldes einer zweidimensionalen numerischen Simulation der Strömung in einer periodischen Zelle des Flachrohr-Wärmeübertrager bei einer Re-Zahl von $Re_{dh} = 3900$

entspricht einer relativen Abweichung von neun Prozent. Die Unterschätzung des Druckverlustes in der numerischen Simulation ist durchaus plausibel, da im Experiment eine dreidimensionale Strömung vorliegt, die z.B. an den Lamellen durch Grenzschichtbildung zusätzliche Verluste erleidet.

5.2.4 Lokale Phänomene im Strömungsfeld

Am Beispiel des Rohrbündel-Wärmeübertragers konnte gezeigt werden, dass die Größe $\partial \langle W \rangle / \partial z$ ein guter Indikator für Sekundärströmungsstrukturen ist, die in Wandrichtung aktiv sind, d.h. potentiell einen Einfluss auf den lokalen Impuls- und Wärmetransport in Richtung Wand haben können (s. Abschn. 5.1.4).

Aus diesem Grund wird ebenso die Flachrohr-Wärmeübertrager-Geometrie auf charakteristische Strukturen in der Verteilung von $\partial \langle W \rangle / \partial z$ bei wandnahen Messungen untersucht. Die Größe der sich ausbildenden sekundären Strömungsstrukturen wird maßgeblich von den Abmessungen der verursachenden geometrischen Einbauten bestimmt. Die PIV-Messungen im Flachrohr-Wärmeübertrager ergeben, dass sich auffällige Strukturen erst bei sehr geringen Wandabständen, d.h. deutlich unter $z/h_{1/2} = 0,2$, zeigen. Diese Tatsache macht es nötig, durch die in Abschnitt 3.2.2 beschriebenen Optimierungen des Lichtschnittes noch geringere Wandabstände als in den Messungen am Rohrbündel-Wärmeübertrager zu realisieren.

Durch diese Maßnahmen kann die Lichtschnittebene absolut bis auf ca. $\delta_{LS} = 0,5 \text{ mm}$ an die Wand herangefahren werden. Der Abstand liegt damit im Bereich der Dicke d_{LS} des Lichtschnittes (vgl. Abb. 3.1), so dass eine exakte Angabe des Wandabstandes nicht

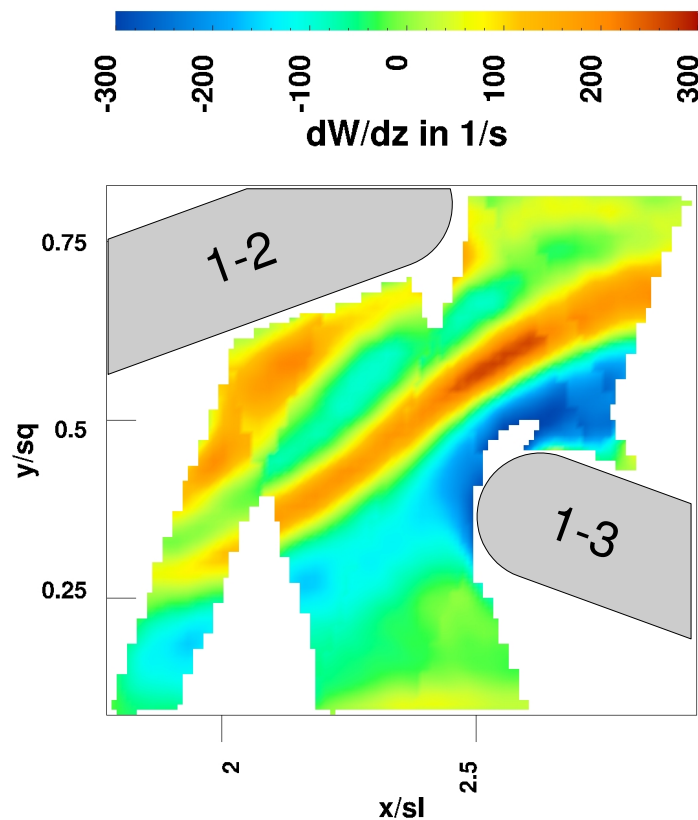


Abbildung 5.16: Verteilung der mit PIV bestimmten Größe $\partial\langle W \rangle / \partial z$ zwischen der zweiten und dritten Rohrreihe: Der Wandabstand beträgt $z/h_{1/2} \approx 0,05$ und die Re-Zahl liegt bei $Re_{dh} = 2500$.

möglich ist. Mit dieser experimentellen Konfiguration wird insbesondere zwischen der zweiten und dritten Rohrreihe, d.h. um die Position $x/s_l = 2,5$ herum, eine deutliche Struktur gefunden. Die Verteilung von $\partial\langle W \rangle / \partial z$ in diesem Bereich ist in Abbildung 5.16 dargestellt. Aufgrund der Abschattungen werden hier wiederum die gemittelten Bilder aus zwei Einzelmessungen überlagert. Es zeigt sich ein Streifen mit deutlich positiven Werten von $\partial\langle W \rangle / \partial z$. Er beginnt etwa an der Position $(x/s_l, y/s_q) = (1,85, 0,27)$ und zieht sich zwischen den Rohren entlang bis ungefähr zur Position $(x/s_l, y/s_q) = (3, 0,62)$. Dieser Streifen wird von einem Gebiet mit negativen Werten umgeben.

Im Gegensatz zu einem Hufeisenwirbel scheint diese Struktur nicht direkt an einem Kältemittelrohr zu entstehen. Eine mögliche Erklärung dafür ist, dass es sich um einen Sekundärströmungseffekt handelt, der im Zusammenhang mit stark gekrümmten Stromlinien steht. In Abschnitt 5.2.2 wurde festgestellt, dass insbesondere an der Wand die Stromlini-

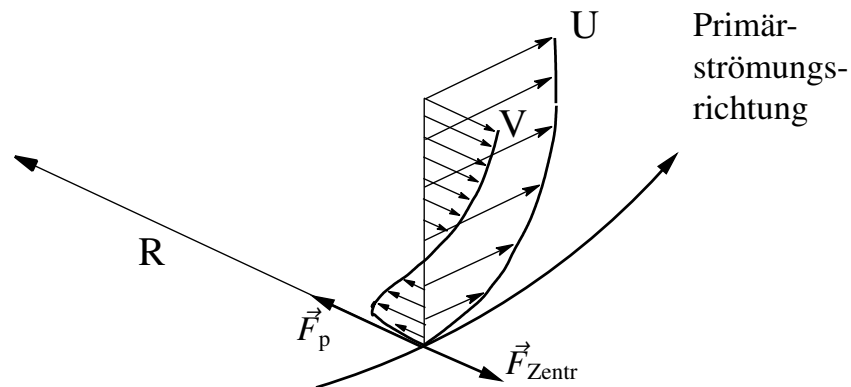


Abbildung 5.17: Zeichnung zur Erklärung des Entstehens von Sekundärströmungseffekten bei stark gekrümmten Strömungsverläufen

en in dem Bereich um die Position $(x/s_l, y/s_q) = (2, 1, 0, 5)$ eine sehr starke Ablenkung erfahren (s. Abb. 5.14b).

Auf dem Gebiet der Strömungsmaschinen wird z.B. die Ausbildung von komplexen dreidimensionalen Strömungsgrenzschichten beschrieben, die bei der Durchströmung von stark gekrümmten Schaufelkanälen als Folge eines Zusammenspiels von Zentrifugal- und Druckkräften auftreten. Insbesondere kann hier gezeigt werden, dass die Umlenkung einer Scherströmung eine Komponente der Wirbelstärke $\vec{\omega}$ in Strömungsrichtung generieren kann (vgl. z.B. [69]).

Im vorliegenden Fall ist für die starke Umlenkung der Primärströmung ein Druckfeld verantwortlich. Bei der Umlenkung wirken Zentrifugalkräfte ($\propto U^2/R$ mit R als Krümmungsradius), die senkrecht zur Primärströmungsrichtung stehen (vgl. Abb. 5.17). Die Größe der Zentrifugalkraft hängt von der Primärgeschwindigkeit U bzw. von der kinetischen Energie der Strömung ab. Diese ist allerdings in der Grenzschicht, d.h. in der Nähe der Lamelle, geringer als in der wandfernen Strömung. Die in z -Richtung nahezu unveränderlichen treibenden Druckgradienten werden je nach Wandabstand unterschiedlich von der Zentrifugalkraft kompensiert. Aus diesem Ungleichgewicht können sich Sekundärströmungen V entwickeln, die ebenso wie die Hufeisenwirbel den Charakter von Longitudinalwirbeln haben.

In der Literatur sind ebenso andere Arten von sogenannten Zentrifugal-Instabilitäten bekannt. Die Görtler-Instabilität in Grenzschichtströmungen auf konkaven Oberflächen sorgt z.B. aufgrund von nicht kompensierten Fliehkräften für die Ausbildung von longitudinalen Wirbeln mit wandparalleler Drehachse (vgl. [70]).

Die hier gegebene qualitative Erklärung für das spezielle Sekundärströmungsphänomen im Flachrohr-Wärmeübertrager soll die beobachteten Phänomene im wandnahen Bereich lediglich motivieren. Eine detaillierte Beschreibung soll an dieser Stelle nicht erfolgen.

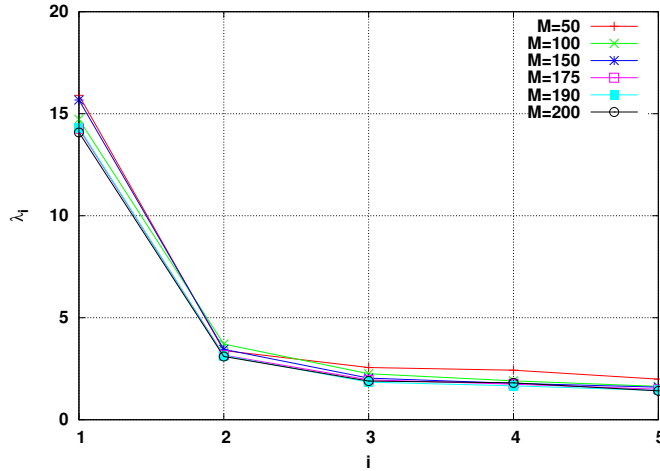


Abbildung 5.18: Vergleich der ersten fünf Eigenwerte der Eigenwertanalyse von \mathbf{R} für verschiedene Ensemblegrößen

5.3 Anwendung der POD in PIV-Messungen

Die in Abschnitt 3.4 vorgestellte POD-Theorie bietet vielfältige Möglichkeiten zur Untersuchung turbulenter Strömungen. Hier sollen zwei Anwendungsfälle für den Einsatz in komplexen Geometrien dargestellt werden.

5.3.1 Strukturuntersuchungen in komplexen Geometrien

In den vorangegangenen Abschnitten wurde der Schwerpunkt auf typische Strukturen gelegt, die in Wandnähe auftreten und einen wärmeübertragungsfördernden Einfluss haben können. Mit Hilfe der POD ist es möglich, auch in den turbulenten Fluktuationen nach derartigen Strukturen zu suchen.

Aus diesem Grund wird die POD-Analyse auf die Geschwindigkeitsmessung im Hufeisenwirbelbereich (vgl. Abschn. 5.1.4 und Abb. 5.8) angewendet. Die Berechnung der POD-Basisfunktionen erfolgt mit der Schnappschuss-Methode (vgl. Abschn. 3.4.3). Entsprechend den dortigen Erläuterungen (s. S. 34), werden die Geschwindigkeitsfluktuationen $\{\vec{u}_i\}_{i=1}^M$ ausgewertet.

Das Ergebnis ist ein vollständiger Satz an Basisfunktionen $\{\vec{\varphi}_i\}_{i=1}^M$, mit denen gemäß Gleichung 3.31 bzw. 3.33 jedes Geschwindigkeitsfeld linear zerlegt werden kann.

Die PIV-Messungen bestehen in der Regel aus $M = 200$ Geschwindigkeitsfeldern $\{\vec{U}_i\}_{i=1}^M$. Nach Subtraktion des mittleren Feldes und der Schnappschuss-POD-Analyse liefert die Methode 200 normierte räumliche Basisfunktionen für die Geschwindigkeitsfluktuationen.

Um belastbare Aussagen zu erhalten, gilt es sicherzustellen, dass das verwendete Geschwindigkeits-Ensemble groß genug ist, um zuverlässig die Basisfunktionen berechnen zu können. Je mehr Geschwindigkeitsfelder im analysierten Ensemble sind, desto genauer können auch die Basisfunktionen bestimmt werden. Ein einfaches Kriterium zur Überprüfung ist der Vergleich der Eigenwerte λ_i aus der Spektralanalyse des Autokorrelationstensors \mathbf{R} (vgl. Glg. 3.22). Je mehr Geschwindigkeitsfelder zur Bildung des Autokorrelationstensors benutzt wurden, desto besser ist auch seine Approximation. Die ersten dominierenden Eigenwerte von \mathbf{R} sollten sich ab einer gewissen Größe des Ensembles nicht mehr wesentlich verändern (vgl. auch [26]). In Abbildung 5.18 sind die ersten fünf Eigenwerte für unterschiedliche Ensemblegrößen M aufgetragen. Aus dem verfügbaren Satz von 200 Geschwindigkeitsfeldern werden dazu per Zufallsgenerator Teilensembles mit $M = \{50, 100, 150, 175, 190\}$ Feldern gebildet. Nach der Eigenwertanalyse von \mathbf{R} werden die Eigenwerte mit denen des Originalsatzes von 200 Geschwindigkeitsfeldern verglichen.

Die Auftragung in Abbildung 5.18 zeigt, dass ab dem zweiten Eigenwert mit Ausnahme des Ensembles mit $M=50$ die Eigenwerte kaum noch streuen. Der erste Eigenwert weicht für $M=50$ bzw. $M=150$ geringfügig von den anderen Werten ab. Bei den Teilensembles mit $M = \{175, 190, 200\}$ gibt es aber kaum noch Veränderungen. Es kann demnach davon ausgegangen werden, dass ein 200er-Ensemble repräsentative Basisfunktionen liefert.

Aus diesen Basis-Geschwindigkeitsfeldern lässt sich wiederum die Größe $\partial w / \partial z$ bestimmen. Vor einer POD-Analyse zeigen die gemessenen Fluktuationsfelder keine zusammenhängenden räumlichen Strukturen. Die Größe und Richtung der Fluktuationen sind stochastisch über das Messgebiet verteilt. Ein beliebig aus dem Ensemble herausgegriffenes Fluktuationsfeld und die daraus berechnete Ableitung $\partial w / \partial z$ (Abb. 5.19) unterstreichen diese Aussage. Aus diesen Bildern können keine strukturellen Aussagen abgeleitet werden. Nach Anwendung der POD sind in den ersten dominanten Basisfunktionen aber Strukturen erkennbar. So zeigt die dritte Eigenfunktion ($\vec{\varphi}_3$) eine sehr ähnliche Verteilung von $\partial w / \partial z$ (vgl. Abb. 5.20) wie das mittlere Strömungsfeld in Abbildung 5.8¹. Dieses Ergebnis bedeutet, dass die Signatur des Hufeisenwirbels schon in den turbulenten Fluktuationen steckt.

Wie in Abschnitt 3.4.4 angesprochen, ist die POD-Entwicklung optimal bezüglich der kinetischen Energie. Die ersten Basisfunktionen enthalten also den Großteil an turbulenter kinetischer Energie. Die Eigenwerte der Spektralanalyse des Autokorrelationstensors sind

¹In den ersten beiden Basisfunktionen zeigen sich keine hufeisenartigen oder sonstigen physikalisch erklärbaren Strukturen. Stattdessen tauchen hier in der Scherschicht zwischen Totgebiet und Hauptströmung inselartige Gebiete mit hohen Werten für $\partial w / \partial z$ auf. Die entsprechenden Bilder sind im Anhang B.6 auf Seite 147 dargestellt. Diese Erscheinungen sind mit großer Wahrscheinlichkeit auf fehlerhafte Messdaten im Scherschichtbereich aufgrund einer stark inhomogenen Seeding-Verteilung zurückzuführen.

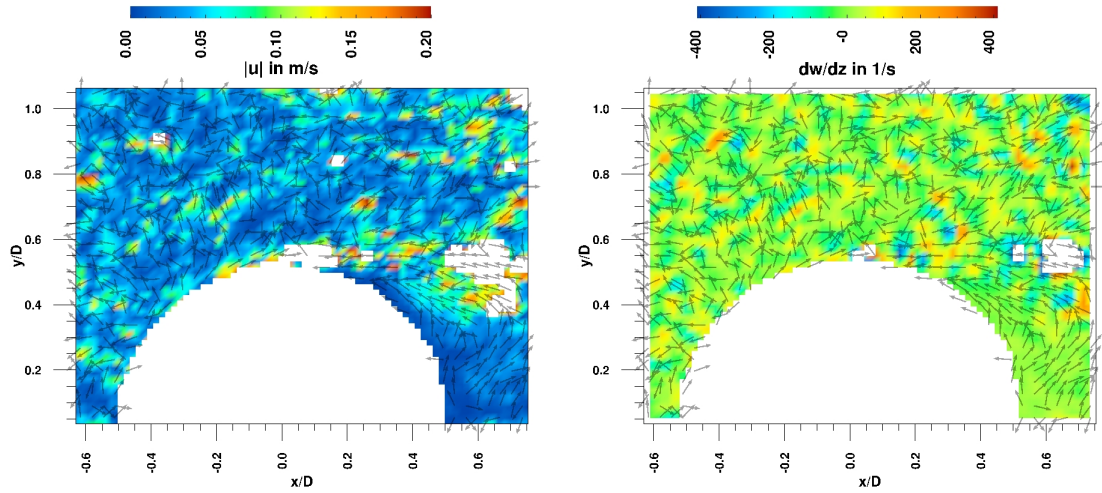


Abbildung 5.19: Typisches Feld der Geschwindigkeitsfluktuationen (links) und der daraus berechneten Größe $\partial w / \partial z$ (rechts) oberhalb eines Rohres der ersten Rohrreihe (vgl. Abb. 5.7) bei $Re_{dh} = 5000$ und einem Wandabstand von $z/h_{1/2} = 0,1$

mit dieser Größe nach Gleichung 3.25 und 3.26 verknüpft. Deshalb gibt das akkumulierte und auf die Gesamtenergie normierte Eigenwert–Spektrum

$$\frac{\sum_{j=1}^i \lambda_j}{\sum_{k=1}^M \lambda_k} \quad (5.7)$$

den prozentualen Anteil an turbulenter kinetischer Energie an, den jeweils die ersten i Moden enthalten.

Die Auftragung der akkumulierten Eigenwerte ist für die wandnahe Messung des Hufeisenwirbels in Abbildung 5.21 dargestellt. Sie zeigt, dass bereits zehn Prozent der Basisfunktionen deutlich mehr als 70% der gesamten turbulenten kinetischen Energie der Strömung erfassen. Da die Hufeisen–Strukturen in tiefen Basisfunktionen oder Moden auftauchen, dominieren sie die Fluktuationen demnach energetisch.

Daneben liefern POD–Basisfunktionen interessante Informationen über die Strömungsrichtung. In Abbildung 5.20 zeigt das hinterlegte Vektorfeld eine Vorzugsrichtung der Strömung im Bereich des Bandes mit hohen Werten von $\partial w / \partial z$. Hier strömt Fluid in Richtung steigender y –Werte.

Ein derartiges Verhalten wird beim Schnitt durch einen Longitudinalwirbel mit Drehachse in Hauptströmungsrichtung ($\approx +x$ –Richtung) erwartet. In Abschnitt 5.1.4 wurde für ein Modellwirbel–System der Verlauf der Funktion $\partial w / \partial z(y, z_i)$ in Abhängigkeit vom Wandabstand z_i diskutiert. Hier konnte gezeigt werden, dass die Lichtschnittebene in einem Wandabstand von $z/h_{1/2} = 0,1$ zwischen Wand und Wirbelachse liegt. Der in Hauptströmungsrichtung blickend rechtsdrehende Hufeisenwirbel bedingt daher in der Ebene $z/h_{1/2} = 0,1$ im Bereich des Wirbels eine Strömung in $+y$ –Richtung. Dieser Sachverhalt

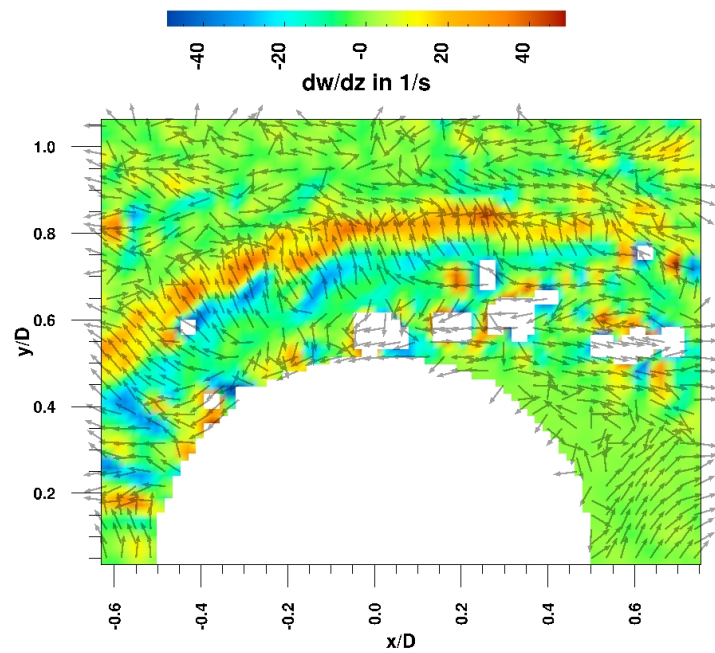


Abbildung 5.20: Verteilung von $\partial w / \partial z$ der dritten POD-Basisfunktion $\vec{\varphi}_3$ der Hufeisenwirbel-Messung

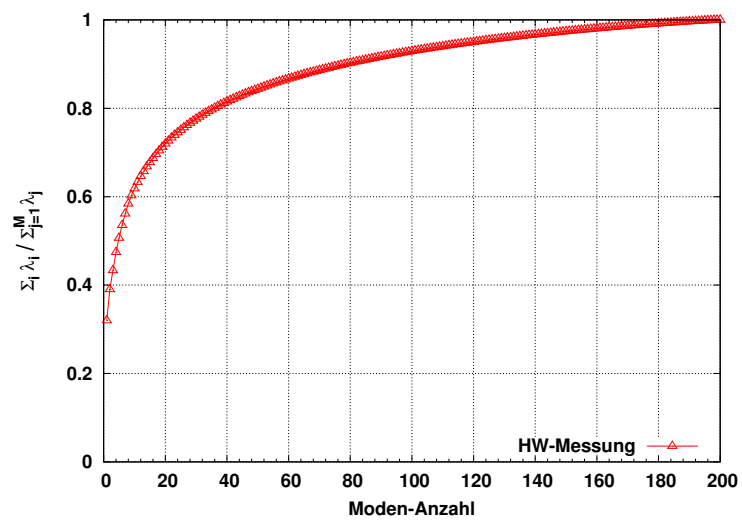


Abbildung 5.21: Akkumuliertes und normiertes Eigenwert-Spektrum gemäß Gleichung 5.7 aus der POD-Analyse der Hufeisenwirbel-Messung

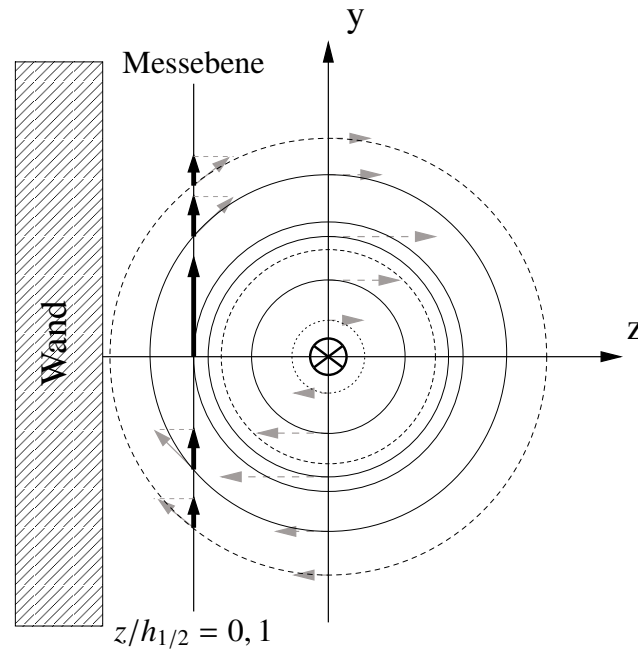


Abbildung 5.22: Die Messebene bei $z/h_{1/2} = 0,1$ schneidet den rechtsdrehenden Wirbel, so dass die Projektion der Fluidbewegung auf die Messebene in $+y$ -Richtung zeigt.

ist in Abbildung 5.22 skizziert. Eine derartige Information über die Strömungsrichtung in der Sekundärstruktur ist bei der Betrachtung des mittleren Feldes (Abb. 5.8) nicht offensichtlich, da sie von der dominanten Primärbewegung überlagert ist. Das Abtrennen des mittleren Geschwindigkeitsanteils alleine liefert keine zusätzliche strukturelle Information (Abb. 5.19). Durch Anwendung der POD-Analyse können jedoch zusätzliche Erkenntnisse über die Strömungsstrukturen der Sekundärbewegung gewonnen werden.

5.3.2 Betrachtung der turbulenten Dissipation mit Hilfe der POD

Die POD-Zerlegung der Geschwindigkeitsfluktuationen liefert energetisch gesehen optimale Basisfunktionen oder Moden, aus denen die Fluidbewegung effizient zusammengesetzt werden kann. Wenige Moden können die Dynamik schon so gut beschreiben, dass ein Großteil der turbulenten kinetischen Energie erfasst wird.

Nach Abschnitt 3.4.2 können die gemessenen Geschwindigkeits- bzw. Fluktuationfelder mit Hilfe der Basisfunktionen approximiert oder rekonstruiert werden (vgl. Glg. 3.18). Die Approximation bzw. Rekonstruktion eines Fluktuationfeldes \vec{u}_n entspricht einer end-

lichen Entwicklung mit $R < M$ Entwicklungsgliedern, wobei M für die Gesamtzahl an Basisfunktionen bzw. Ensemblemitgliedern steht:

$$\vec{u}_n^{(R)}(\vec{x}) \approx \sum_{j=1}^R a_j^n \vec{\varphi}_j(\vec{x}) . \quad (5.8)$$

Gilt $R = M$ ist die Entwicklung nach Gleichung 3.31 exakt.

Aufgrund der Sortierung der Basisfunktionen $\vec{\varphi}_n$ nach ihrem Energiegehalt, repräsentiert eine Rekonstruktion mit nur wenigen Gliedern bereits einen Großteil an turbulenter kinetischer Energie des Geschwindigkeitsfeldes. In diesem Abschnitt wird untersucht, inwieweit die Basisfunktionen dissipative Eigenschaften der Strömung wiedergeben können. Als Bewertungsgröße wird die turbulente oder indirekte Dissipation nach Gleichung 3.9 herangezogen.

Dazu wird zunächst eine POD–Analyse der Geschwindigkeitsfluktuationen durchgeführt, um die empirischen Basisfunktionen $\{\vec{\varphi}_n\}$ zu erhalten. Die Basisfunktionen sind in Anhang B.7 dargestellt. Mit ihnen werden gemäß Gleichung 5.8 für jedes Geschwindigkeitsfeld eines Ensembles Rekonstruktionen R –ter Ordnung berechnet. Für $R = 15$ erhält man dann z.B. das Ensemble mit Geschwindigkeitsnäherungen 15–ter Ordnung $\{\vec{u}_n^{(15)} = \sum_{j=1}^{15} a_j^n \vec{\varphi}_j(\vec{x})\}_{n=1}^M$. Für $R = 1 \dots M$ werden auf diese Weise M verschiedene Geschwindigkeits–Ensembles berechnet, die alle unterschiedlich gut das Originalensemble repräsentieren.

Für jedes dieser rekonstruierten Ensembles wird das Feld $S_{ind,2D}(x, y)$ berechnet. Für die Rekonstruktion 50–ter Ordnung ist dieses Feld, geschrieben als $S_{ind,2D}^{(50)}(x, y)$, für den Fall einer PIV–Messung im Abströmbereich des Flachrohr–Wärmeübertragers bei $z/h_{1/2} = 1$ und $Re_{dh} = 3000$ in Abbildung 5.23 dargestellt. Nun wird für jedes dieser Felder $S_{ind,2D}^{(R)}(x, y)$ der Mittelwert der indirekten Dissipation bestimmt und über R aufgetragen. Für $R=M$ ist der Mittelwert am größten, denn in diesem Fall ist die Rekonstruktion exakt, und es wird die gesamte mit der Messung bestimmte Dissipation erfasst. Mit diesem Maximalwert wird die indirekte Dissipation normiert und zusammen mit dem akkumulierten Eigenwertspektrum in Diagramm 5.24 aufgetragen. Die akkumulierten Eigenwerte sind ein Maß für die turbulente kinetische Energie. Diese nimmt sehr schnell mit der Modenanzahl zu. Dieser maximal schnelle Anstieg ist charakteristisch für die POD. Im Vergleich dazu nimmt die turbulente Dissipation deutlich langsamer mit der Modenanzahl zu. Das bedeutet, dass diese Größe nicht so gut wie die kinetische Energie von der POD–Zerlegung repräsentiert wird.

Für praktische Anwendungen lässt sich daraus der wichtige Schluss ziehen, dass die POD zwar den Energieinhalt der Fluidbewegung sehr gut beschreibt aber nicht die turbulente Entropieproduktion.

Häufig wird die POD eingesetzt, um niedrigdimensionale Ersatz–Modelle, d.h. Rekonstruktionen mit wenigen Moden, für eine Strömung zu erhalten. Sollen aber auch zuverlässige Informationen über die viskose Entropieproduktion erhalten werden, müssen deutlich

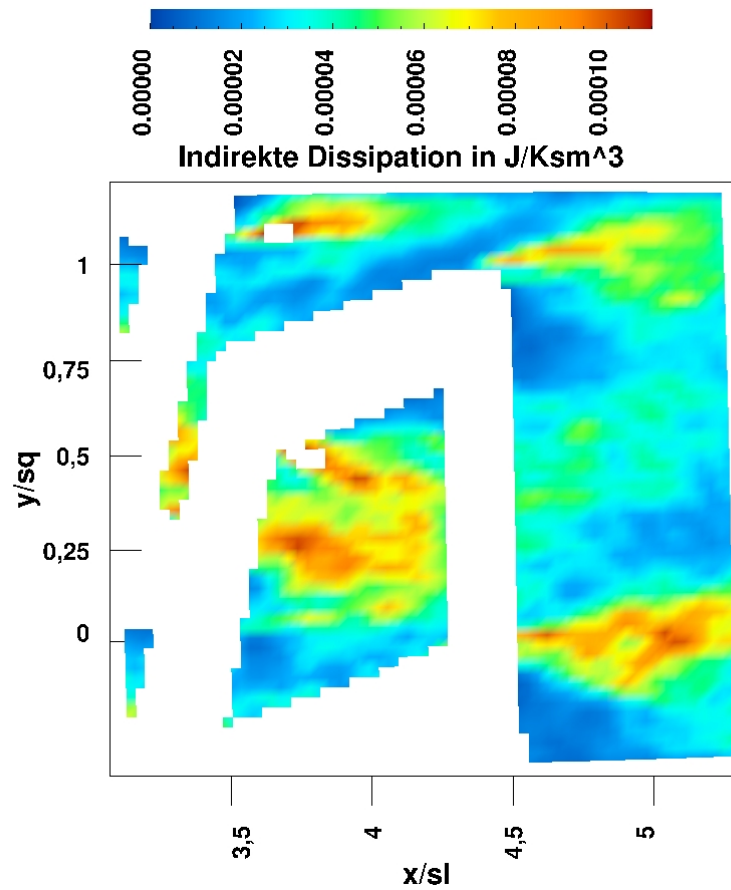


Abbildung 5.23: Indirekte Dissipation ($S_{ind,2D}^{(50)}(x,y)$) im Abströmbereich des Flachrohr-Wärmeübertragers aus einer Rekonstruktion 50-ter Ordnung

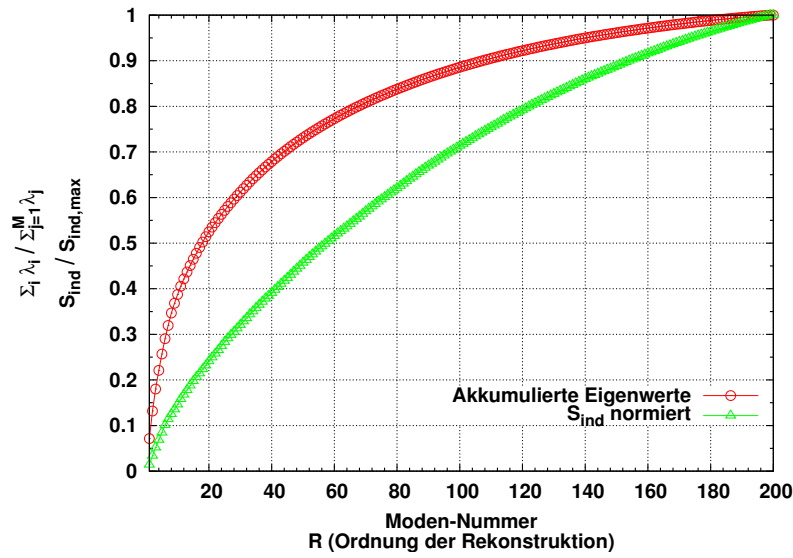


Abbildung 5.24: Vergleich der akkumulierten Eigenwerte, d.h. der turbulenten kinetischen Energie, und der turbulenten Dissipation in Abhängigkeit von der Modenanzahl

mehr Moden herangezogen werden. Bei einer Rekonstruktion mit nur wenigen Moden wirkt die POD wie ein Filter, der dissipative Anteile der Strömung herausfiltert.

5.3.3 Rekonstruktion schattenbehafteter Bereiche

Die in Abschnitt 3.5.2 und 3.5.3 erläuterte Erweiterung zur POD, die so genannte Gappy-POD, wird in der vorliegenden Arbeit eingesetzt, um Schattenbereiche in instantanen Geschwindigkeitsfeldern insbesondere bei der Flachrohr-Wärmeübertrager-Geometrie zu rekonstruieren (vgl. auch Abschn. 3.5). Dafür sind für einen festen Bildausschnitt Messungen mit verschiedenen Lichtschnitten notwendig. Jeder Lichtschnitt beleuchtet ein Teilgebiet $\Omega_{G,n}$, in dem gültige Daten vorliegen. Die Überlagerung aller vorhandenen Teilgebiete $\Omega_{G,n}$ in einem festen Bildausschnitt definiert das Messgebiet Ω , so dass bei d Lichtschnitten gilt:

$$\Omega_{G,1} \cap \Omega_{G,2} \cap \dots \cap \Omega_{G,d} = \Omega . \quad (5.9)$$

Im rechten Bild von Abbildung 3.8 sind die einzelnen Teilmessgebiete $\Omega_{G,n}$ überlagert.

In jeder Mess-Serie mit einem festen Lichtschnitt fehlen in den Schattenbereichen Daten. Bei d verschiedenen Lichtschnitten existieren folglich d unterschiedliche lückenhafte Bereiche im Datensatz. Sämtliche bei den verschiedenen Lichtschnittpositionen gemessenen Geschwindigkeitsfelder bilden das fehlerhafte Ensemble

$$\left\{ \vec{U}_n(\vec{x}) \right\}_{n=1}^M , \quad (5.10)$$

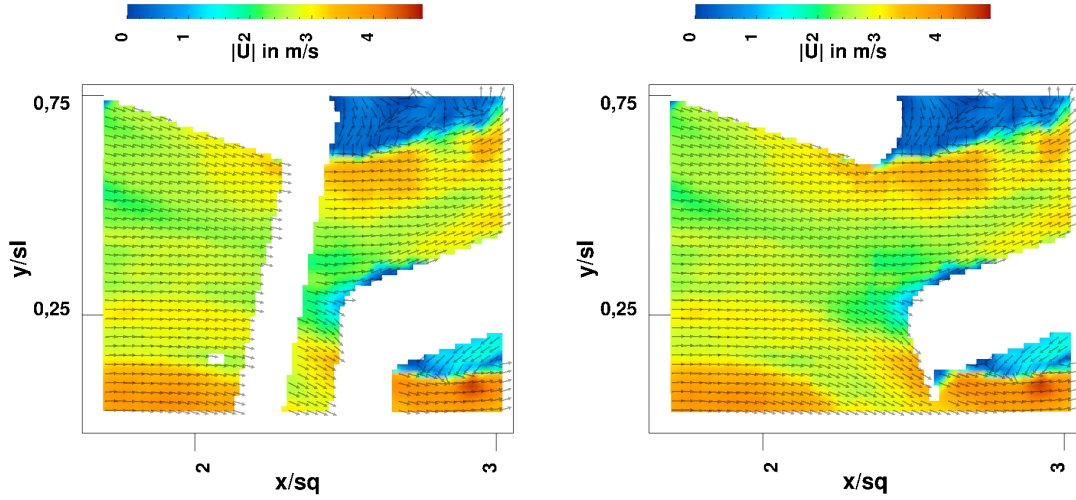


Abbildung 5.25: Vergleich eines instantanen schattenbehafteten Geschwindigkeitsfeldes mit dem mittels der Gappy-POD rekonstruierten instantanen Feld

wie in Gleichung 3.34 angegeben. Bei d Lichtschnitten existieren d verschiedene Maskenfunktionen $m_n(\vec{x})$ mit $n = 1 \dots d$ (s. Glg. 3.35). Es wird davon ausgegangen, dass sämtliche Felder im Ensemble statistisch unabhängig sind. Zu beachten ist, dass die Messungen, die dieses Ensemble bilden, aus einer „Generation“ stammen. Das bedeutet, dass die experimentellen Randbedingungen, wie z.B. Lüfterdrehzahl, für ein Ensemble konstant sind. In einer Messkampagne wird lediglich der Lichtschnitt (z.B. durch den Einkoppelspiegel) in seiner Position verändert, während alle anderen experimentellen Parameter so weit wie möglich konstant gehalten werden.

Als Beispiel wird ein Ausschnitt in der Flachrohr-Geometrie um die Stelle $(x/s_l, y/s_q) = (2,5, 0,5)$ und bei einem Wandabstand von $z/h_{1/2} \approx 0,2$ ausgewählt, der stark von Schatteneinflüssen belastet ist. Insgesamt werden $d = 3$ verschiedene Lichtschnitte verwendet. Von jeder Teilmessung werden 100 Geschwindigkeitsfelder zufällig ausgewählt, um das Ensemble gemäß Gleichung 5.10 zu bilden. Es besteht damit aus insgesamt $M = 300$ lückenhaften instantanen Feldern. Während des Iterationsprozesses werden immer $R = 5$ Basisfunktionen zur Rekonstruktion verwendet (vgl. Glg. 3.38).

Mit diesem Ensemble und den Maskenfunktionen kann nun die Gappy-POD-Prozedur durchgeführt werden. Das Ergebnis sind M Ensemblemitglieder $\{\tilde{U}_n^{[Rek]}(\vec{x})\}$, bei denen die Schattenbereiche jeweils bestmöglich rekonstruiert sind. Diese instantanen Felder besitzen Geschwindigkeitswerte im gesamten Messgebiet Ω . Ein Vergleich des schattenbehafteten Geschwindigkeitsfeldes mit seinem rekonstruierten Bild ist in Abbildung 5.25 zu sehen.

Um die Zuverlässigkeit und Genauigkeit dieser Methode zu untersuchen, wird eine Referenzmessung mit einem vierten Lichtschnitt ($\Omega_{G,4}$) durchgeführt, die einen Großteil

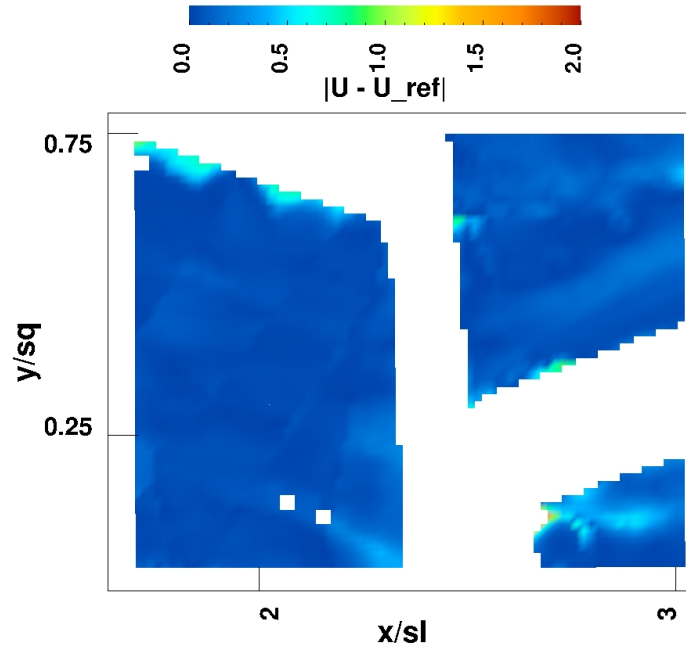


Abbildung 5.26: Verteilung des mittleren Fehlers (nach Glg. 5.11) der Gappy-POD-Rekonstruktion bezogen auf eine Referenzmessung

von Ω abdeckt. Das mittlere rekonstruierte Feld $\langle \tilde{\vec{U}}^{[Rek]}(\vec{x}) \rangle$ wird dazu vom mittleren Geschwindigkeitsfeld der Referenzmessung $\langle \vec{U}^{[Ref]}(\vec{x}) \rangle$ abgezogen und der Betrag gebildet:

$$\left| \langle \tilde{\vec{U}}^{[Rek]}(\vec{x}) \rangle - \langle \vec{U}^{[Ref]}(\vec{x}) \rangle \right|. \quad (5.11)$$

Diese Abweichung ist in Abbildung 5.26 aufgetragen. Über das Messgebiet $\Omega_{G,4}$ gemittelt, beträgt die Abweichung 0,09m/s. Das entspricht einer relativen Abweichung von der in $\Omega_{G,4}$ gemessenen mittleren Geschwindigkeit von ungefähr 3,5%. Dieses Ergebnis zeigt, dass sich die Gappy-POD als vielversprechendes Werkzeug benutzen lässt, um in instantanen Geschwindigkeitsfeldern Schattenbereiche aufzufüllen.

6 Resultate der lokalen Wärmeübergangsmessungen

In Analogie zu den im vorherigen Kapitel vorgestellten Strömungsmessungen in einem Rohrbündel- bzw. Flachrohr-Wärmeübertrager werden nun Ergebnisse der Messungen des lokalen Wärmeübergangs an den genannten Geometrien vorgestellt. Es wird jeweils der konvektive Wärmeübergang auf die ebene Lamelle bestimmt, während der Beitrag der Kältemittelrohre selbst nicht berücksichtigt wird. Sämtliche Messungen werden mit der in Kapitel 4 beschriebenen Ammoniak-Absorptions-Methode durchgeführt.

Für die Messungen werden die Wärmeübertrager-Modelle wie bei den laseroptischen Experimenten aus Acrylglas gefertigt. Bei der Modellkonstruktion wird darauf geachtet, dass sowohl eine geometrische als auch eine dynamische Ähnlichkeit gegeben ist. Ausführlichere Anmerkungen dazu finden sich in [47]. Um Absolutwerte für den Wärmeübergangskoeffizienten zu erhalten, wird das in Abschnitt 4.4 beschriebene Kalibrationsverfahren eingesetzt.

6.1 Wärmeübergangsverteilung im Rohrbündel-Wärmeübertrager

Analog zu den Ergebnissen der Strömungsuntersuchungen wird bei der Betrachtung des Wärmeübergangs im Folgenden zunächst die globale Verteilung diskutiert. Im Anschluss wird auf lokale Phänomene eingegangen.

6.1.1 Globale Wärmeübergangsverteilung

Für die Messung der vorgestellten lokalen Wärmeübergangsverteilung wird ein hochskaliertes Modell, wie es in Abbildung 5.1 dargestellt ist, verwendet. Die Re-Zahl bei dieser Analyse beträgt $Re_{dh} = 2800$. Zur Berechnung der Re-Zahl wird wie auch bei den PIV-Messungen die Definition des hydraulischen Durchmessers gemäß Gleichung 5.1 verwendet. Im Falle des AAM-Modells beträgt die charakteristische Länge $d_h = 40,1\text{ mm}$. Die übrigen Abmessungen sind in Tabelle 6.1 angegeben.

Bei den Messungen wird nur eine Lamelle mit Filterpapier belegt (s. z.B. Abb. 4.2). Das Ergebnis der AAM-Messung, d.h. die Verteilung der Nu-Zahl auf der Lamelle, zeigt Abbildung 6.1. Dargestellt sind die beiden mittleren periodischen Zellen. Die gesamte

s_l/mm	s_q/mm	D/mm	$h_{1/2}/\text{mm}$
58,56	73,75	26,15	15

Tabelle 6.1: Abmessungen des Modells des Rohrbündel–Wärmeübertragers für die AAM–Analyse

Geometrie besteht aus insgesamt vier vertikal übereinander angeordneten periodischen Zellen.

Die Nu–Verteilung zeigt deutlich einen erhöhten Wärmeübergang im Bereich der Hufeisenwirbel, wie er z.B. auch von Schütz [64] an einem Einzelzylinder gemessen wurde. An den ersten beiden Rohrreihen ist sogar der kleinere sekundäre Wirbel erkennbar. An der dritten Rohrreihe erscheint nur ein primärer Hufeisenwirbel, dessen Konturen deutlich unschärfer sind als bei den stromaufwärts liegenden Rohren. Im Staupunkt eines jeden Kältemittelrohres liegt ein lokales Maximum der Nu–Zahl.

Zwischen den Rohren der zweiten Rohrreihe existiert außerdem ein keilförmiger Bereich mit lokal erhöhtem Wärmeübergang. Diese Erhöhung ist auf eine Wechselwirkung des auslaufenden Hufeisenwirbels und dem Totgebiet stromabwärts der Rohre der ersten

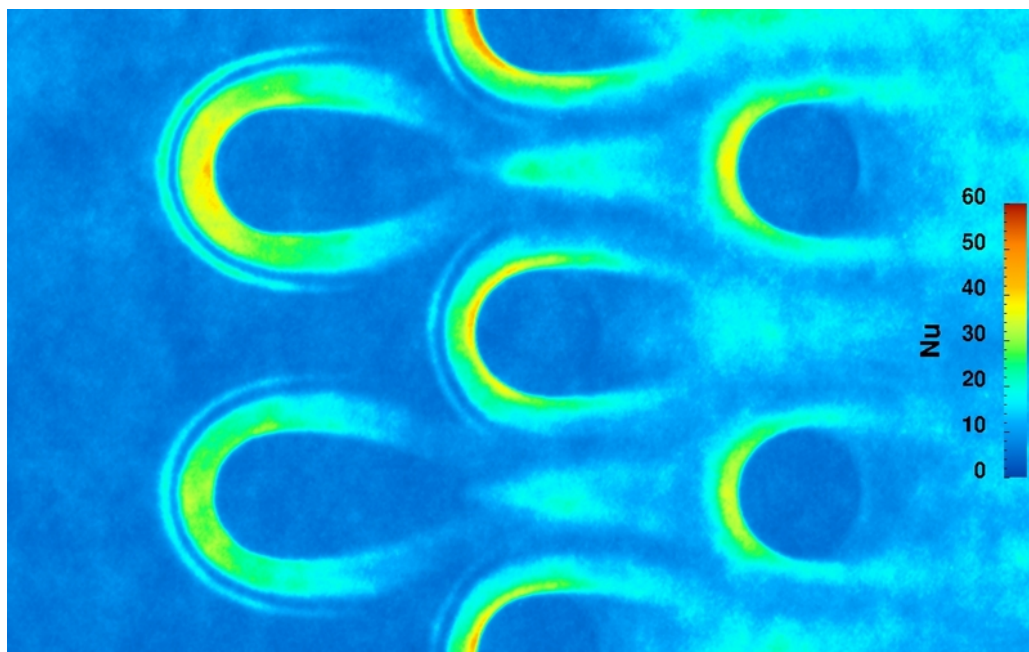


Abbildung 6.1: Verteilung der lokalen Nu–Zahl auf der Lamelle eines Rohrbündel–Wärmeübertragers bei einer Re–Zahl von $Re_{dh} = 2800$

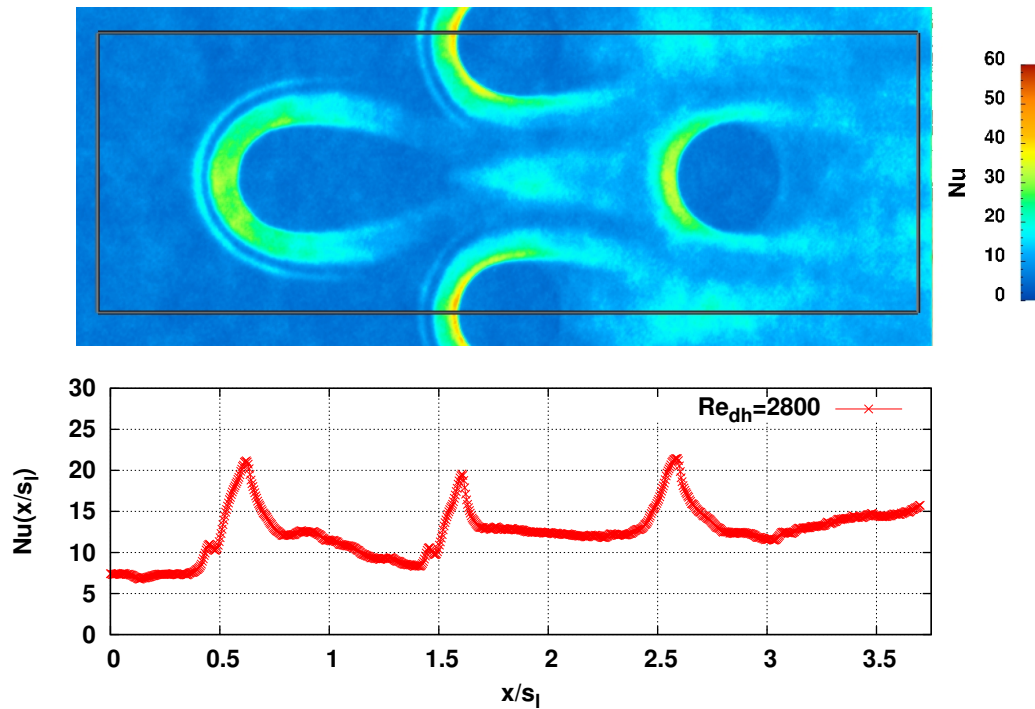


Abbildung 6.2: Verlauf der quergemittelten Nu-Zahl in einer periodischen Zelle eines Rohrbündel-Wärmeübertragers bei $Re_{dh}=2800$: Das obere Bild zeigt die periodische Zelle, in der die Werte gemittelt wurden. Im unteren Diagramm sind die quergemittelten Nu-Werte über der mit s_l skalierten Lauflänge x aufgetragen.

Rohrreihe zurückzuführen. Von diesem turbulenten Keil berichtet ebenso Schütz bei der Umströmung eines einzelnen Zylinders auf einer ebenen Platte (vgl. [64]).

Um die gemessenen Wärmeübergangswerte quantitativ vergleichen zu können, werden sie lateral zur Strömungsrichtung gemittelt und über die Lauflänge aufgetragen. Diese Quermittelung für eine periodische Zelle der oben beschriebenen Geometrie zeigt Abbildung 6.2. Zum einen ist ein mit der Lauflänge im Mittel steigender Wärmeübergang erkennbar, zum anderen der starke Einfluss der Hufeisenwirbel. An den Positionen $x/s_l = \{0,65, 1,65, 2,65\}$ können deutliche lokale Maxima identifiziert werden. Die Lage entspricht der Position des primären Hufeisenwirbels im Staupunkt der Kältemittelrohre. Bei ungefähr $x/s_l = 0,45$ und $x/s_l = 1,45$ treten leichte Nebenmaxima auf, für die die sekundären Hufeisenwirbel verantwortlich sind.

An dem hier betrachteten Beispiel wird eine der großen Stärken der AAM-Methode deutlich. Sie ist in der Lage, die sehr feine Struktur des sekundären Hufeisenwirbels aufzulösen. Dieser hat in der Originalmessung eine absolute Ausdehnung lateral zu seiner Drehachse von ca. zwei Millimetern. Primärer und sekundärer Wirbel sind klar getrennt. Der Grund für diese gute räumliche Auflösung ist die Tatsache, dass die thermische bzw. stoff-

liche „Querleitung“ nicht mitgemessen wird. Es wird lediglich der pure konvektive Beitrag der Sekundärströmungsstrukturen bestimmt, ohne von der Querleitung „verwischt“ zu werden. Das ist für die detaillierte Beurteilung des Einflusses von solchen Strukturen ein großer Vorteil.

6.1.2 Lokale Phänomene

Im vorangegangenen Abschnitt wurde festgestellt, dass die Hufeisenwirbel an der ersten Rohrreihe am stärksten ausgeprägt sind. Hier zeigt sich sogar der sekundäre Wirbel. Die Struktur der charakteristischen und für den Wärmeübergang bedeutsamen Hufeisenwirbel soll deshalb etwas genauer betrachtet werden.

Die lokale Wärmeübergangsverteilung wird bei zwei verschiedenen Re-Zahlen, nämlich $Re_{dh} = 2800$ und $Re_{dh} = 5000$, untersucht. Außerdem werden die Wirbel der ersten mit denen der zweiten Rohrreihe verglichen. Die Nu-Verteilung ist in Abbildung 6.3 zusammengestellt. Zunächst wird der lokale Wärmeübergang an der ersten Rohrreihe untersucht, der in der linken Spalte von Abbildung 6.3 dargestellt ist. Hier wird deutlich, dass der sekundäre Wirbel bei der geringeren Re-Zahl im Wärmeübergangsbild (Abb. 6.3a) deutlich vom primären Wirbel getrennt ist. Bei $Re_{dh} = 5000$ ist der Sekundärwirbel verbreitert (Abb. 6.3c). Es zeigt sich im Wärmeübergang keine klare Trennung der beiden Wirbel.

Bei der zweiten Rohrreihe bildet sich der sekundäre Hufeisenwirbel nur bei $Re_{dh} = 2800$ (s. Abb. 6.3b) aus. Im Gegensatz dazu ist er bei $Re_{dh} = 5000$ komplett verschwunden. Die Ausdehnung des Bereiches mit erhöhtem Wärmeübergang ist außerdem deutlich kleiner als in allen anderen dargestellten Fällen.

Um die Wärmeübergangsverteilung quantitativ besser vergleichen zu können, werden die Wärmeübergangswerte entlang der in Abbildung 6.3 eingezeichneten Felder extrahiert. Die Felder liegen parallel zur x-Achse und laufen auf den Staupunkt des Rohres zu. Die Ausdehnung in x-Richtung beträgt jeweils $x/s_l = 0,3$. Um die Streuung zu minimieren, wird über insgesamt vier Pixel lateral zur Hauptströmungsrichtung, d.h. in y-Richtung, gemittelt.

Es ergibt sich quasi ein Schnitt durch den Hufeisenwirbel auf der Staupunktlinie. Die Auftragung der unterschiedlichen Nu-Verläufe ist im Diagramm 6.4 zusammengestellt. Zunächst soll hier die erste Rohrreihe untersucht werden. Das lokale Minimum im Wärmeübergang zwischen primärem und sekundärem Hufeisenwirbel, das auch deutlich in Abbildung 6.3a und 6.3b zu erkennen ist, wird als Begrenzung für die Ausdehnung beider Wirbel betrachtet. Mit steigender Re-Zahl scheint der sekundäre Wirbel auf Kosten des primären Wirbels zu wachsen.

Für beide Re-Zahlen beginnt die Wärmeübergangserhöhung ungefähr an der gleichen Stelle bei $x/s_l = 0,53$. Der sekundäre Wirbel erstreckt sich bei $Re_{dh} = 2800$ bis zu $x/s_l = 0,61$, während er bei $Re_{dh} = 5000$ erst bei ungefähr $x/s_l = 0,64$ endet.

Zudem fällt die relative Erhöhung im Wärmeübergang vom sekundären zum primären Wirbel bei hoher Re-Zahl geringer aus. Bei $Re_{dh} = 5000$ steigt die Nu-Zahl von ungefähr

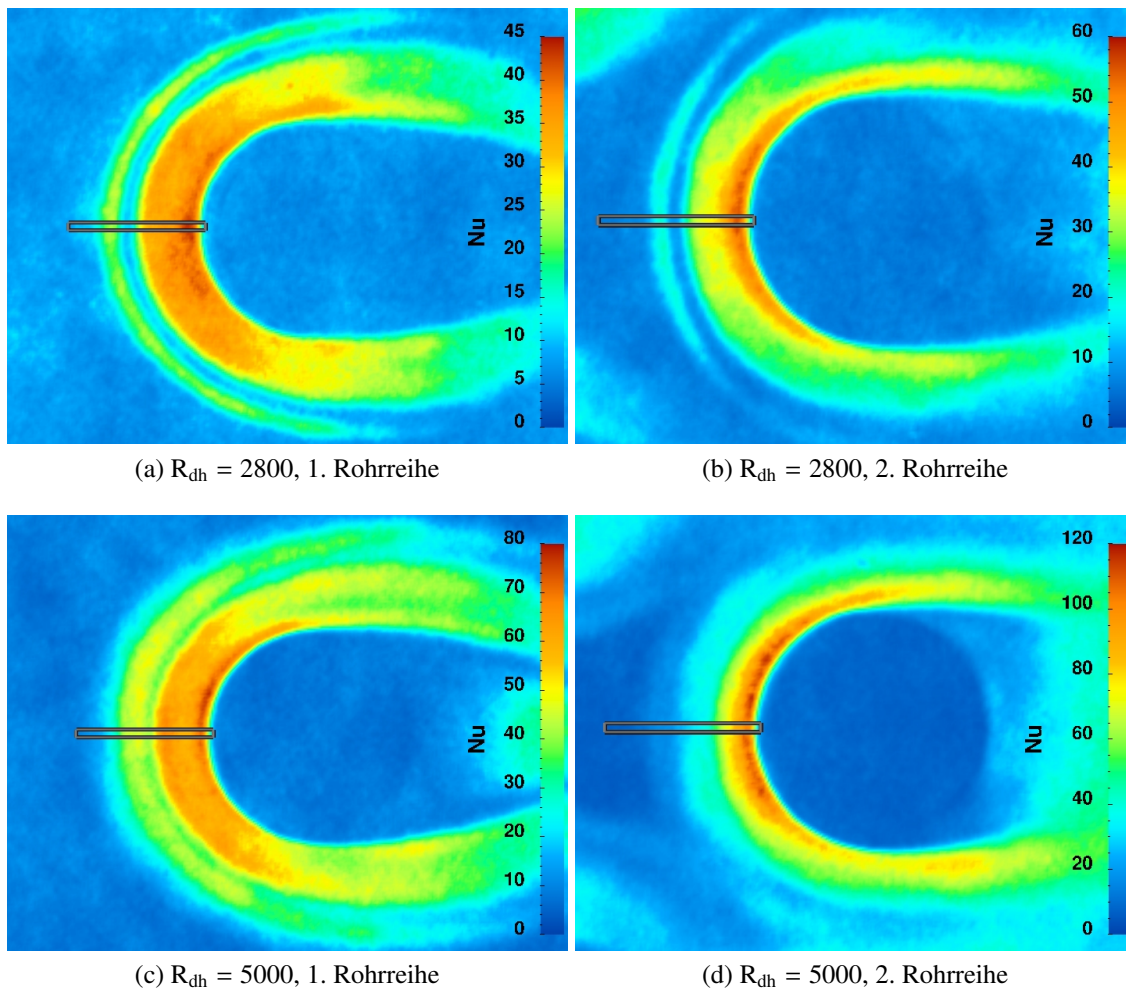


Abbildung 6.3: Zusammenstellung der Wärmeübergangsverteilung des Hufeisenwirbel–Systems an der ersten und zweiten Rohrreihe des Rohrbündel–Wärmeübertragers bei zwei verschiedenen Re -Zahlen

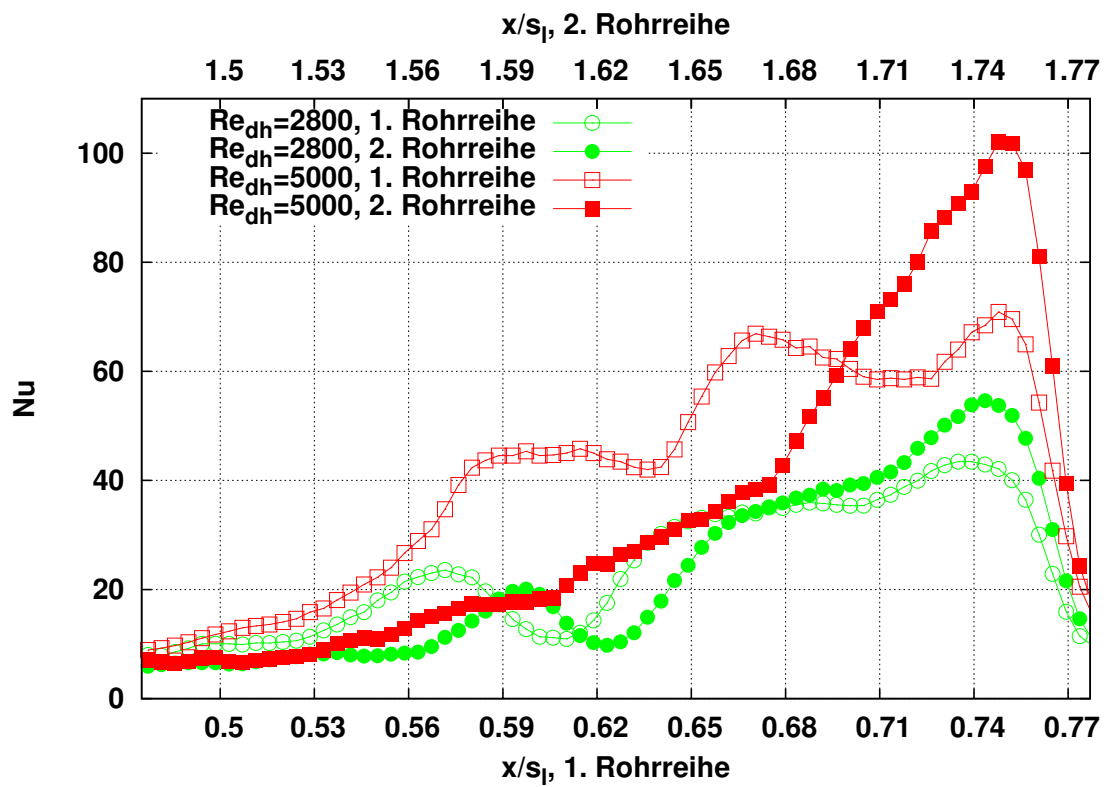


Abbildung 6.4: Verlauf der Nu-Zahl in Hauptströmungsrichtung (x/s_l) auf den Staupunktlinien bei der ersten und zweiten Rohrreihe und $Re_{dh} = 2800$ bzw. $Re_{dh} = 5000$

$Re_{dh} = 2800$		$Re_{dh} = 5000$	
1.Rohrreihe	2. Rohrreihe	1.Rohrreihe	2. Rohrreihe
23,9	22,8	41,3	35,3

Tabelle 6.2: Mittlere Nu–Zahlen auf der Staupunktlinie

45 im sekundären auf 68 im primären Wirbel. Der relative Anstieg bei $Re_{dh} = 2800$ von 23 auf 40 beträgt fast 100%.

Bei der zweiten Rohrreihe finden wir im Maximum unmittelbar vor dem Kältemittelrohr, das bei $x/s_l = 0,777$ liegt, durchweg höhere Werte als bei der ersten Rohrreihe. Für $Re_{dh} = 2800$ sind die Kurvenverläufe für beide Rohrreihen aber qualitativ sehr ähnlich. Das Hufeisensystem ist lediglich in Strömungsrichtung etwas gestaucht. Die Wärmeübergangserhöhung beginnt an der zweiten Rohrreihe erst bei $x/s_l = 0,56$.

Bei der Auftragung in Abbildung 6.4 wird deutlich, dass der Verlauf der Nu–Zahl vor der zweiten Rohrreihe bei $Re_{dh} = 5000$ als einziger nur ein Maximum aufweist. Der sekundäre Hufeisenwirbel verschwindet hier komplett. Das Maximum unmittelbar vor dem Rohr bei $x/s_l = 0,56$ ist hingegen sehr stark ausgeprägt.

Wird der mittlere Wärmeübergangskoeffizient entlang der eben besprochenen Schnittlinien berechnet, ergeben sich die in Tabelle 6.2 zusammengefassten und durch die Hufeisenwirbel hervorgerufenen mittleren Wärmeübergangskoeffizienten. Bei $Re_{dh} = 2800$ sind die Hufeisenwirbel der ersten und zweiten Rohrreihe hinsichtlich ihres wärmeübergangserhöhenden Effekts sehr ähnlich. Bei $Re_{dh} = 5000$ sorgt die Unterdrückung des Sekundärwirbels an der zweiten Rohrreihe für einen im Vergleich zur ersten Rohrreihe deutlich verringerten mittleren Wärmeübergang.

Die Regionen mit lokal erhöhtem Wärmeübergang, die durch die Hufeisenwirbel hervorgerufen werden, sind charakteristisch für den Rohrbündel–Wärmeübertrager. Sie bestimmen insbesondere bei kleinen Re–Zahlen maßgeblich die Menge an konvektiv übertragbarer Wärme.

6.2 Wärmeübergangsverteilung im Flachrohr–Wärmeübertrager

6.2.1 Globale Wärmeübergangsverteilung

Die Messungen des Wärmeübergangs auf der ebenen Lamelle eines Flachrohr–Wärmeübertragers werden ebenso wie bei der Rundrohr–Geometrie in einem hochskalierten Modell durchgeführt. Das aus Acrylglas gefertigte Modell ist in Abbildung 1.1b zu sehen. Die mit Gleichung 5.1 bestimmte Re–Zahl beträgt bei der hier vorgestellten Messung

s_l/mm	s_q/mm	d/mm	L/mm	f	φ
24	33	6	24	4	20°

Tabelle 6.3: Abmessungen des Modells des Flachrohr–Wärmeübertragers für die AAM–Analyse (vgl. auch Abbildung 5.12)

$Re_{dh} = 3000$. Der hydraulische Durchmesser des AAM–Modells liegt bei $d_h = 24,2\text{mm}$. Die übrigen Abmessungen sind in Tabelle 6.3 aufgeführt.

Mit den in Abschnitt 5.2 gewonnenen Erkenntnissen der Strömungsanalyse ist klar, dass die verkippten Flachrohre für eine starke und komplexe Strömungsbeeinflussung sorgen. Diese Tatsache spiegelt sich auch im Wärmeübergangsbild wider, welches in Abbildung 6.5 dargestellt ist. In diesem Bild sind drei periodische Zellen (vgl. Abb. 5.12) zu sehen. In Richtung des von links einströmenden Fluids stellt sich ein kontinuierlicher Anstieg der Wärmeübergangswerte ein, jedoch sind die Verhältnisse innerhalb von nur vier Rohrreihen noch nicht vollständig entwickelt.

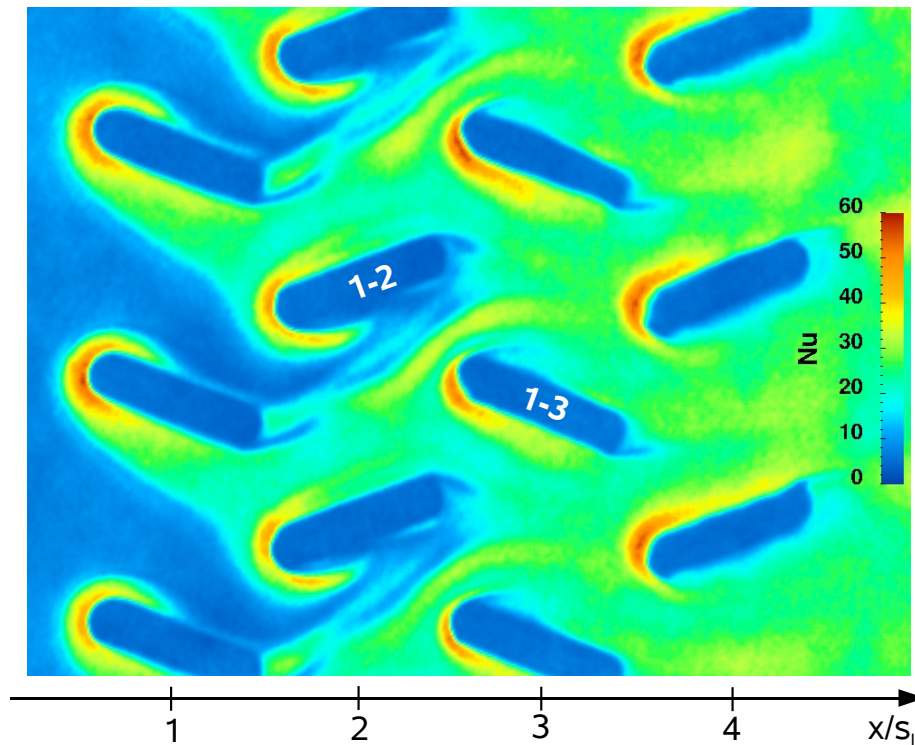


Abbildung 6.5: Verteilung der lokalen Nu–Zahl auf der ebenen Lamelle eines Flachrohr–Wärmeübertragers bei einer Re–Zahl von $Re_{dh} = 3000$

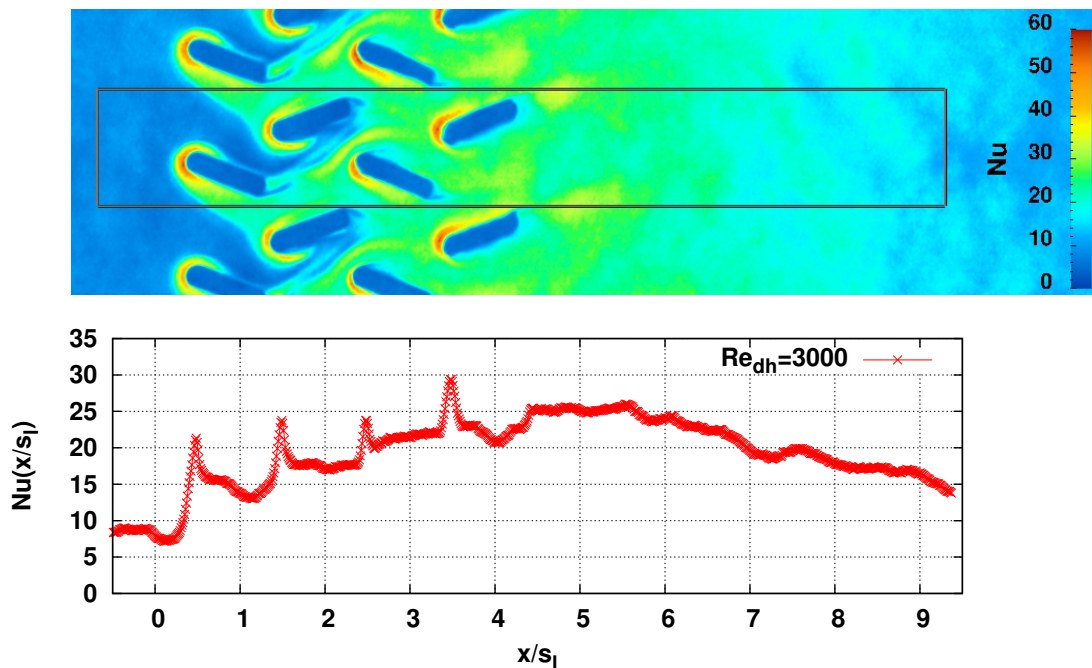


Abbildung 6.6: Verlauf der quergemittelten Nu-Zahl innerhalb einer periodischen Zelle bei $Re_{dh}=3000$: Das obere Bild zeigt das Feld, in dem die Nu-Werte gemittelt wurden. Im unteren Diagramm ist die quergemittelte Nu-Zahl über der mit s_l entdimensionierten Lauflänge x aufgetragen.

Daneben fallen verschiedene Regionen mit lokal erhöhtem Wärmeübergang sowie die Hufeisenwirbel auf der stromaufwärts gerichteten Seite der Flachrohre auf. Im Gegensatz zur Rohrbündel-Geometrie sind diese nicht symmetrisch. Aufgrund der Verkipfung der Flachrohre wird der Hufeisenwirbel auf der Lee-Seite der Rohre unterdrückt und ist nur sehr schwach ausgeprägt. Der luvseitige Arm des Hufeisenwirbels hingegen ist deutlich stärker ausgeprägt. Ein sekundärer Hufeisenwirbel ist bei dieser Re-Zahl nicht zu erkennen.

Besonders auffällig ist ein Streifen mit erhöhten Wärmeübergangskoeffizienten zwischen der zweiten und dritten Rohrreihe (z.B. zwischen Rohr 1-2 und 1-3 in Abb. 6.5). Darüber, d.h. unmittelbar unterhalb von Rohr 1-2, zeigt sich eine sehr inhomogene Verteilung des Wärmeübergangs mit moderaten Werten.

Die Auftragung der quergemittelten Nu-Werte über der Lauflänge in Abbildung 6.6 zeigt wiederum den starken Einfluss der Hufeisenwirbel auf den Wärmeübergang. An den Positionen $x/s_l = \{0, 5; 1, 5; 2, 5; 3, 5\}$ sorgen sie für vier deutliche lokale Maxima im quergemittelten Wärmeübergang.

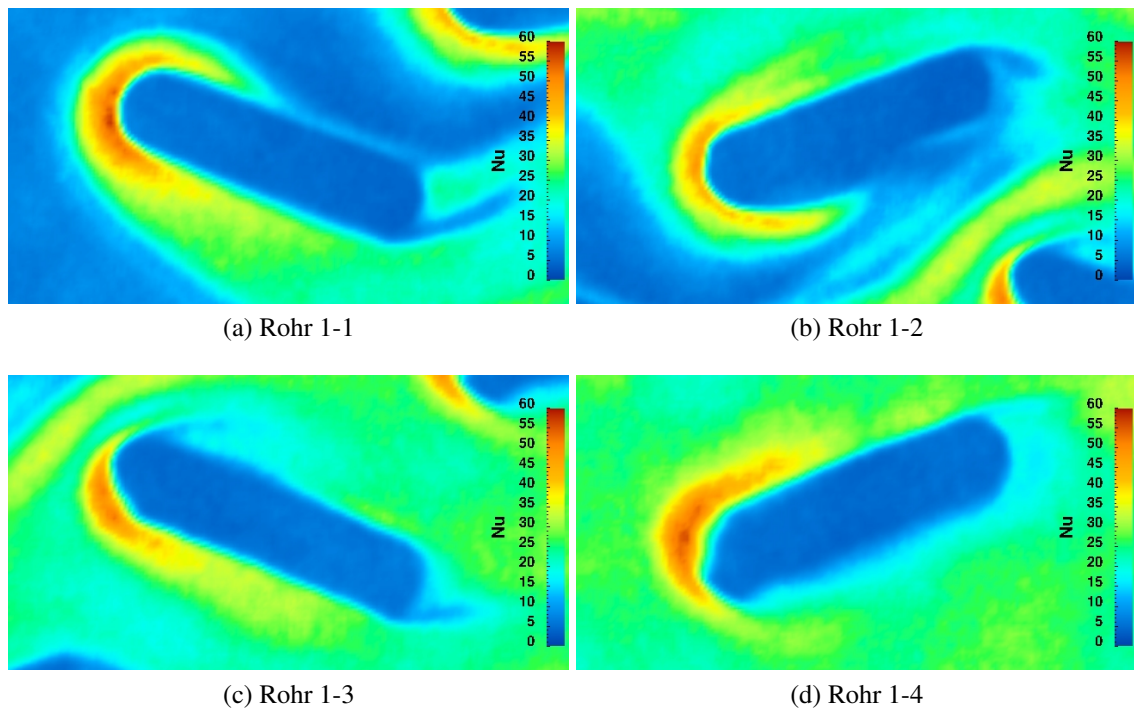


Abbildung 6.7: Zusammenstellung der Wärmeübergangsverteilung in der unmittelbaren Umgebung der Kältemittelrohre beim Flachrohr-Wärmeübertrager und $Re_{dh}=3000$

6.2.2 Lokale Phänomene

Wie im vorangehenden Abschnitt bereits angesprochen, gibt es in der Flachrohr-Geometrie im wesentlichen zwei Arten von lokalen Phänomenen, die einen Einfluss auf den Wärmeübergang haben. Auf der einen Seite sind dies die Hufeisenwirbel, die an der angeströmten Kante der Flachrohre entstehen. Auf der anderen Seite zeigt sich ein charakteristischer Streifen mit erhöhten Wärmeübergangswerten in der Mitte der Geometrie zwischen den Rohren der zweiten und dritten Rohrreihe (vgl. Abb. 6.5).

Zunächst werden die Hufeisenwirbel bei einer Re -Zahl von $Re_{dh}=3000$ betrachtet. Durch die Verkipfung werden die Flachrohre nicht symmetrisch umströmt. Das äußert sich in einer asymmetrischen Ausprägung der Hufeisenwirbel. Da in einer periodischen Zelle die Anströmung für jedes der vier Kältemittelrohre, wie in Abschnitt 5.2.2 erwähnt, unterschiedlich ist, bildet sich auch der Hufeisenwirbel an jedem der Rohre unterschiedlich aus. Diese Tatsache verdeutlicht die Zusammenstellung der Wärmeübergangsverteilung um die jeweiligen Kältemittelrohre in Abbildung 6.7. Bei der untersuchten Re -Zahl bilden sich außerdem im Gegensatz zum Rohrbündel-Wärmeübertrager keine sekundären Wirbel aus.

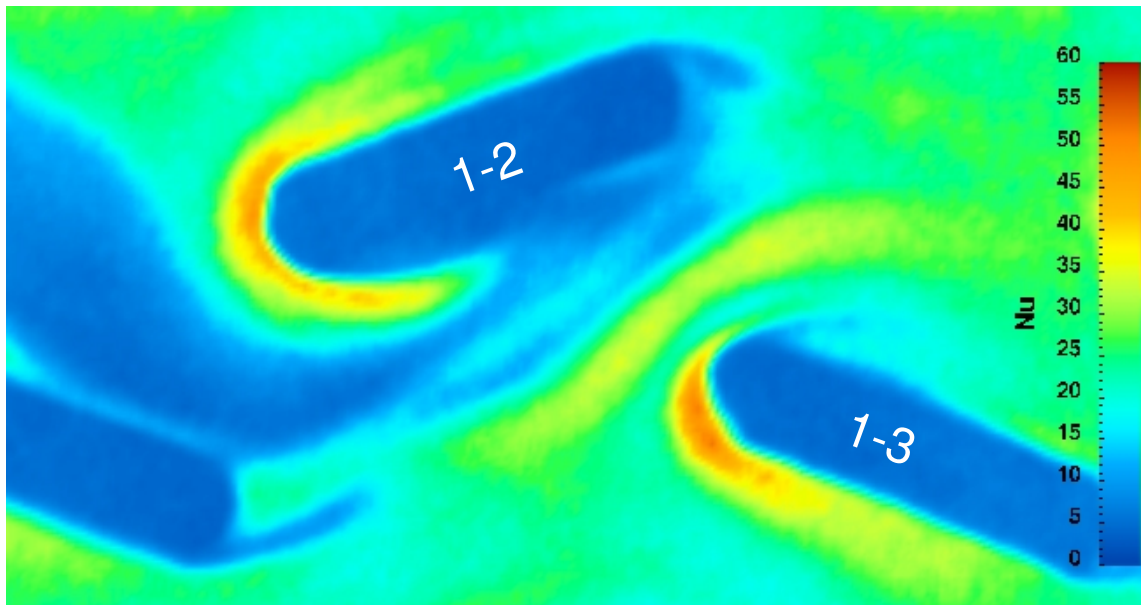


Abbildung 6.8: Detailansicht des lokalen Wärmeübergangs zwischen Rohr 1-2 und Rohr 1-3 bei $Re_{dh}=3000$: Man erkennt deutlich einen S-förmig ausgebildeten Streifen mit lokal erhöhtem Wärmeübergang.

Die zweite charakteristische S-förmige, streifenartige Struktur mit einem lokal erhöhten Wärmeübergang zeigt sich zwischen zweitem und drittem Rohr einer periodischen Zelle (z.B. zwischen Rohr 1-2 und Rohr 1-3). Ein vergrößerter Ausschnitt dieser Struktur ist in Abbildung 6.8 zu sehen. Da in diesem Bereich kein direkter Einfluss der Rohre vorliegen kann, muss dieser Effekt eine andere Ursache haben.

In Abschnitt 5.2.4 wurde basierend auf Untersuchungen von stark abgelenkten Strömungen in Kanälen beschrieben, dass stark gekrümmte Stromlinienverläufe in der Grenzschicht wirbelartige Sekundärströmungen generieren können. Wie auch bei den Hufeisenwirbeln beeinflussen diese Sekundärströmungen sowohl die hydrodynamische als auch die thermische Grenzschicht. Die lokale Wärmeübergangsverteilung ist letztlich ein indirektes Maß für die Dicke der thermischen Grenzschicht. Zwischen zweitem und drittem Rohr ist die thermische Grenzschicht durch den Sekundärströmungseinfluss lokal dünner.

Im Gegensatz dazu gibt es im Einlauf zwischen Rohr 1-1 und 1-2 eine große Region, in der die thermische Grenzschicht von der Geometrie noch weitgehend ungestört ist. Das äußert sich in einem Bereich mit sehr geringen Wärmeübergangskoeffizienten, der sich weit in die Geometrie hineinzieht (vgl. Abb. 6.8). Insbesondere unterhalb von Rohr 1-2 bildet sich eine sehr komplexe Wärmeübergangsverteilung aus. Das ist der Bereich, in dem die stabile thermische/hydrodynamische Grenzschicht aus der einlaufenden Strömung auf die sehr komplexe, von Sekundärströmungen dominierte dreidimensionale Grenzschicht im Bereich des S-förmigen Streifens mit hohen Wärmeübergangskoeffizienten trifft.

7 Kombinierte Betrachtung von Strömung und Wärmeübergang

Für eine zielgerichtete Verbesserung der Wärmeübertragungseigenschaften eines Wärmeübertragers reicht es nicht aus, allein Wärmeübertragungsphänomene zu betrachten. Genauso wenig ist eine losgelöste Betrachtung des Strömungsverhaltens in solchen Geometrien gewinnbringend. Letzlich muss lokal das Zusammenspiel von Wärmeübertragung und Strömung verstanden werden, um fundierte Verbesserungen anzustoßen.

Gerade bei den hier vorgestellten komplexen Geometrien ist es in der Regel nicht sofort offensichtlich oder intuitiv begreifbar, welche Sekundärströmungsstrukturen sich ausbilden und welchen Einfluss diese auf den lokalen Wärmeübergang haben. In diesem Abschnitt soll daher an ausgewählten und zuvor separat betrachteten Phänomenen dieser Zusammenhang untersucht werden.

7.1 Identifizierung wärmeübergangsfördernder Strömungsstrukturen im Rohrbündel–Wärmeübertrager

In den Abschnitten über lokale, wandnahe Strömungsstrukturen (5.1.4) und lokale Bereiche mit erhöhtem Wärmeübergang (6.1.2) im Rohrbündel–Wärmeübertrager wurden insbesondere die charakteristischen Hufeisenwirbel diskutiert. Die Untersuchungen haben gezeigt, dass die Hufeisenwirbel am stärksten an der ersten Rohrreihe ausgeprägt sind. Deshalb werden jetzt Strömung und Wärmeübergang zusammen für die Re-Zahl von $Re_{dh} = 5000$ untersucht.

Zunächst wird die Verteilung der Größe $\partial \langle w \rangle / \partial z$ der lokalen Wärmeübergangsverteilung in Abbildung 7.1 gegenübergestellt. Sowohl im Strömungsbild als auch in der Wärmeübergangsverteilung ist eine hufeisenförmige Struktur deutlich erkennbar. Die Bereiche mit stark positiven bzw. negativen Werten von $\partial \langle w \rangle / \partial z$ erstrecken sich in dem Bereich, in dem das korrespondierende Wärmeübergangsbild hohe Nu–Werte aufweist.

Zur Quantifizierung werden auf der im rechten Bild von Abbildung 7.1 eingezeichneten Linie die Wärmeübergangswerte extrahiert und mit den auf der korrespondierenden Linie im PIV–Bild erhaltenen Werten von $\partial \langle w \rangle / \partial z$ verglichen. Dieser Linien–Scan ist in Abbildung 7.2 dargestellt. Im Diagramm sind sowohl die $\partial \langle w \rangle / \partial z$ –Werte als auch die Nu–Werte auf ihr positives Maximum normiert. Zunächst betrachten wir die Kurve für den Wärmeübergang:

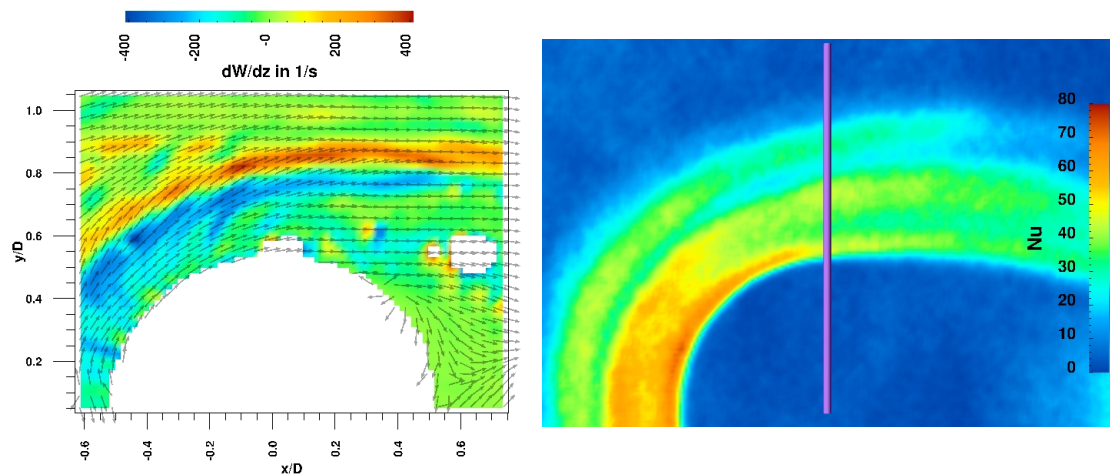


Abbildung 7.1: Gegenüberstellung von $\partial\langle W\rangle/\partial z$ und der lokalen Wärmeübergangsverteilung oberhalb eines Rohres der ersten Rohrreihe bei $Re_{dh} = 5000$: Die Größe $\partial\langle W\rangle/\partial z$ ist aus einem mit PIV bei $z/h_{1/2}$ gemessenen mittleren Geschwindigkeitsfeld berechnet (vgl. Abschnitt 5.1.4), der Wärmeübergang ist mit der AAM-Methode gemessen (vgl. Abschnitt 6.1.2).

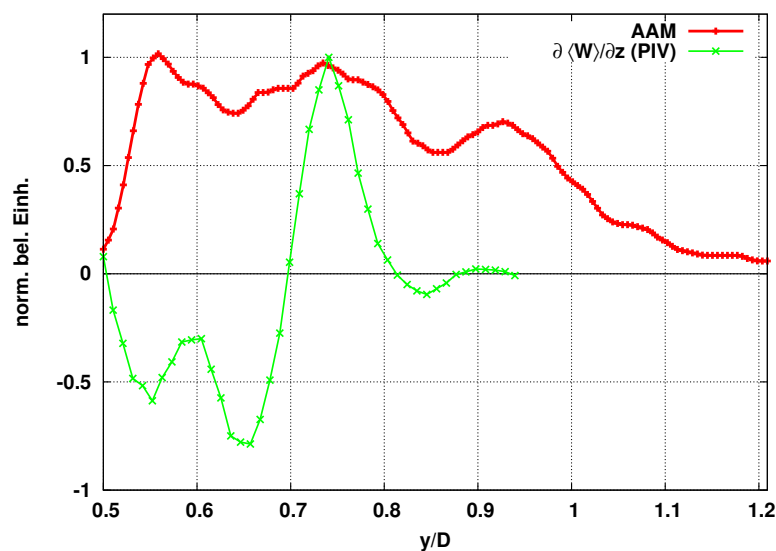


Abbildung 7.2: Linien-Scan für AAM und PIV parallel zur y -Achse bei $x/D = 0$ entlang der in Abbildung 7.1 eingezeichneten Linie

Der primäre Hufeisenwirbel mit erhöhten Wärmeübergangskoeffizienten liegt im Bereich $0,5 \leq y/D \leq 0,85$. Bei genauerer Betrachtung liegen in diesem Bereich insgesamt zwei lokale Maxima bei ungefähr $y/D = 0,56$ bzw. $y/D = 0,74$. An der Stelle $y/D = 0,85$ folgt ein lokales Minimum, das primären und sekundären Wirbel trennt. Der sekundäre Wirbel ruft ein Nebenmaximum bei ungefähr $y/D = 0,93$ hervor.

Ein Vergleich dieses Nu–Verlaufs mit der Kurve der Größe $\partial\langle W \rangle / \partial z$, die in Abschnitt 5.1.4 als strömungsmechanische Signatur des Hufeisenwirbels bezeichnet wurde, zeigt, dass sie im Wesentlichen im Bereich des primären Hufeisenwirbels stark von Null verschiedene Werte aufweist. Diese Aussage wird auch von LDA–Messungen gestützt [71].

Der Messbereich der hochauflösenden PIV erstreckt sich nur über $0,5 \leq y/D \leq 0,95$. Der sekundäre Hufeisenwirbel kann partiell außerhalb dieses Bereiches, d.h. bei größeren y –Werten, liegen. Trotzdem liegt bei Betrachtung der Kurven nahe, dass sich der sekundäre Wirbel aufgrund seiner geringen Größe nicht im Strömungsbild zeigt.

Stark von Null abweichende Werte von $\partial\langle W \rangle / \partial z$ bei wandnahen Messungen korrespondieren also in der Tat mit einem erhöhten Wärmeübergang auf der Wand.

Um ein detaillierteres Bild zu erhalten und diesen Sachverhalt zu erhärten, wird eine andere Darstellung gewählt. Dazu werden die Strömungsdaten und die Wärmeübergangswerte in einem Relief–Bild kombiniert.

Betrachtet wird wieder der in Abbildung 7.1 ausgewählte Bereich oberhalb eines Rohres der ersten Rohrreihe. Auf diesen Bereich wird das skalare Feld $\partial\langle W \rangle / \partial z(x, y)$ der PIV–Messung projiziert, nachdem sein räumliches Gitter aufgrund der unterschiedlichen Modellabmessungen umskaliert wurde, so dass beide Modellmaßstäbe übereinstimmen. Der Bereich, in dem die Projektion geschieht, soll durch Abbildung 7.3 veranschaulicht werden. Hier ist das PIV–Messgitter an der besagten Stelle über die Nu–Verteilung gelegt. Um die Wärmeübergangsverteilung zu visualisieren, wird sie als Relief $H = k \text{Nu}(x, y)$ dargestellt (vgl. auch Anhang B.8). Die Höhe H ist hier proportional zur Größe des Wärmeübergangs. Auf dieses Höhenprofil wird die Farbverteilung des skalaren Feldes $\partial\langle W \rangle / \partial z(x, y)$ projiziert. Das bedeutet, dass in dieser Darstellung die Höhe den Wärmeübergang wiedergibt und die Farbinformation die Werte von $\partial\langle W \rangle / \partial z$.

Das Ergebnis dieser Projektion zeigt Abbildung 7.4. Im Höhenprofil ist direkt am Kältemittelrohr anliegend der primäre Hufeisenwirbel mit einem Doppelmaximum erkennbar. Dieser Bereich ist überwiegend blau eingefärbt. Sehr deutlich tritt das lokale Minimum im Wärmeübergang zwischen primärem und sekundärem Wirbel hervor. In diesem Minimum des Höhenprofils liegt exakt der rote streifenförmige Bereich von $\partial\langle W \rangle / \partial z$. Sowohl die positiven (roten) als auch die negativen (blauen) Werte folgen exakt dem Verlauf des lokal durch den Hufeisenwirbel beeinflussten Wärmeübergangs. Der im Wärmeübergang deutlich zu erkennende sekundäre Hufeisenwirbel zeigt keine Signatur in der Verteilung von $\partial\langle W \rangle / \partial z$.

Die beschriebenen Verhältnisse sollen mit den in Abschnitt 5.1.4 vorgestellten Wirbelstrukturen in Verbindung gebracht werden. Aufgrund der experimentellen Ergebnisse wurde dort festgestellt, dass die Drehachse des Hufeisenwirbels bei einem dimensionslosen

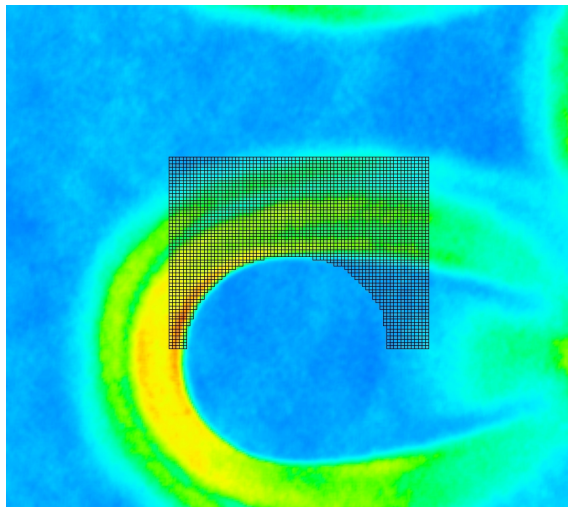


Abbildung 7.3: Definition des ausgewerteten Bereiches: Das PIV–Messgitter ist über den korrespondierenden Bereich der Wärmeübergangsverteilung gelegt.

Wandabstand von $0, 1 \leq z/h_{1/2} \leq 0, 2$ liegen muss. Die hier mit dem Wärmeübergang verglichene Messung bei $z/h_{1/2} = 0, 1$ liegt also zwischen Drehachse und Lamelle.

Gemäß der Theorie aus Abschnitt 5.1.4 korrespondieren negative Werte von $\partial \langle W \rangle / \partial z$ mit einer in die Messebene hinein gerichteten Strömung. Positive Werte bedeuten in diesem Szenario, dass die Strömung aus der Messebene heraus tritt. Die Projektion zeigt, dass in Bereichen, in denen Fluid in Richtung Lamelle strömt, der Wärmeübergang erhöht ist. In dem deutlich schmaleren Bereich mit positiven Werten von $\partial \langle W \rangle / \partial z$, d.h. von der Lamelle wegströmendem Fluid, ergibt sich ein lokales Minimum im Wärmeübergang.

Dieser Effekt, der zu einem lokal erhöhten Wärmeübergang führt, wird auch häufig als „Downwash–Effekt“ bezeichnet. Hier sorgt das mit einer starken Komponente in $-z$ -Richtung strömende Fluid für eine lokale Verdünnung der thermischen Grenzschicht bzw. einer Erhöhung des Temperaturgradienten in Wandnähe und bedingt so einen guten konvektiven Wärmeübergang. Beim Gegenteil, dem sogenannten „Upwash–Effekt“ strömt Fluid von der Lamelle weg und sorgt damit für eine Verschlechterung des konvektiven Wärmetransports.

Der sekundäre Wirbel kann offensichtlich von der PIV–Messung nicht wiedergegeben werden. In den PIV–Daten zeigen sich keine eindeutigen Hinweise in $\partial \langle W \rangle / \partial z$ auf einen zweiten Wirbel. Das kann daran liegen, dass er deutlich kleiner ist als der Primärwirbel. Deshalb ist er in Wandnormalen-, d.h. z -Richtung, nicht so stark ausgedehnt, so dass er die Messebene nicht „anschneidet“.

Für den größeren Primärwirbel bestätigt die kombinierte Betrachtung genau das vorausgesagte Verhalten.

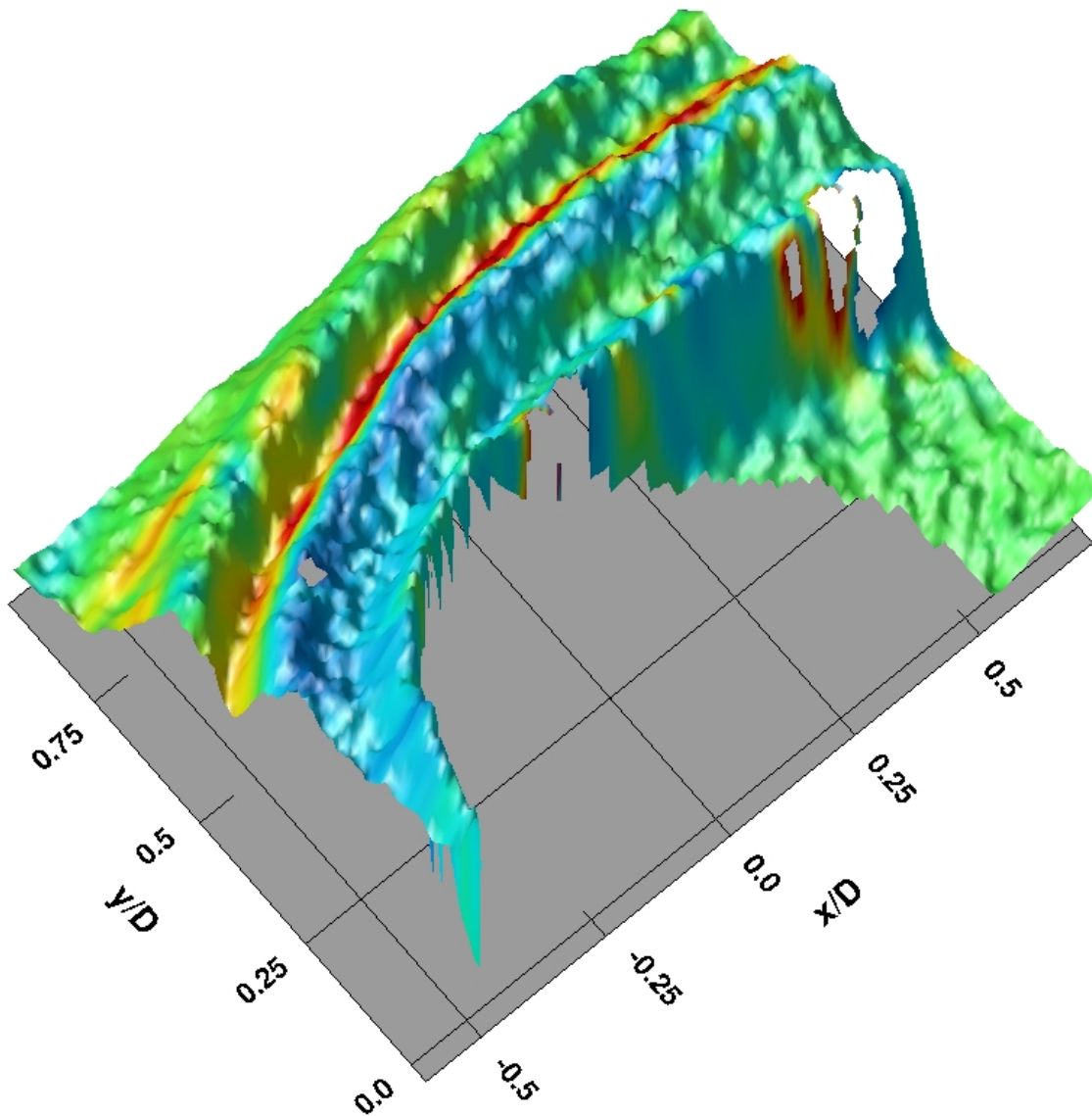


Abbildung 7.4: Projektion der Farbverteilung von $\partial \langle w \rangle / \partial z$ bei $z/h_{1/2} = 0, 1$ auf das Höhenprofil von $Nu(x, y)$ im Hufeisenwirbel-Bereich oberhalb eines Rohrs der ersten Rohrreihe des Rohrbündel–Wärmeübertragers

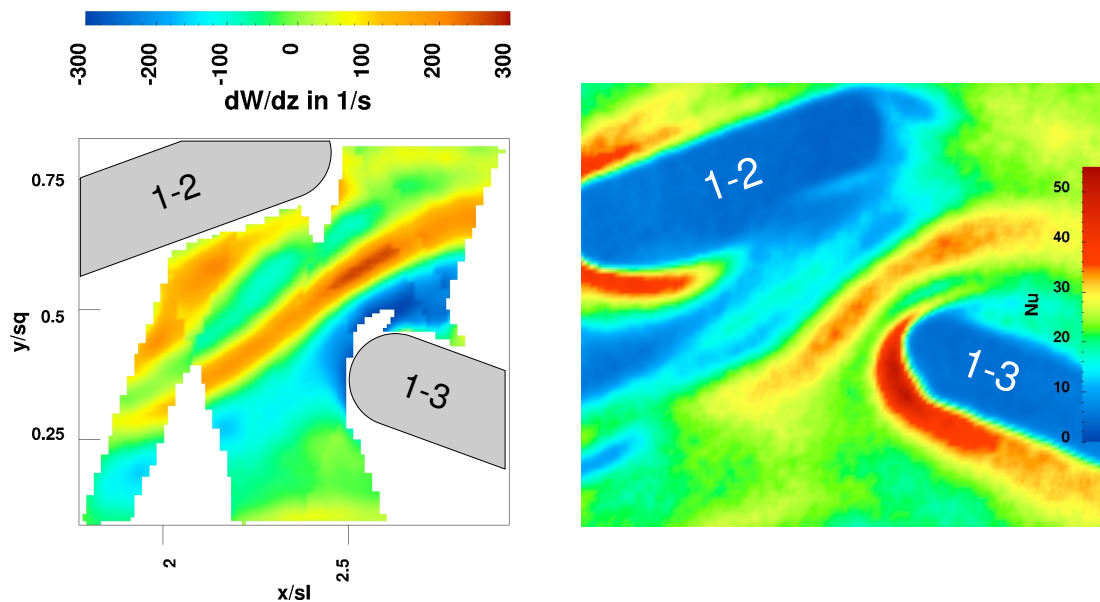


Abbildung 7.5: Vergleich von $\partial\langle W\rangle/\partial z$ und der lokalen Wärmeübergangsverteilung zwischen zwei Rohren der zweiten und dritten Rohrreihe bei $Re_{dh} = 3000$: Die Größe $\partial\langle W\rangle/\partial z$ ist aus einem mit PIV bei $z/h_{1/2} = 0,05$ gemessenen mittleren Geschwindigkeitsfeld berechnet (vgl. Abschn. 5.2.4), der Wärmeübergang ist mit der AAM-Methode gemessen worden (vgl. Abschn. 6.2.2).

7.2 Identifizierung wärmeübergangsfördernder Strömungsstrukturen im Flachrohr-Wärmeübertrager

Eine analoge Untersuchung, wie sie für den Rohrbündel-Wärmeübertrager im vorausgegangenen Abschnitt angestellt wurde, soll für den Wärmeübertrager mit verkippten Flachrohren durchgeführt werden.

Hier wird in wandnahen Messungen bei einem dimensionslosen Wandabstand von $z/h_{1/2} = 0,05$ vor allem eine Sekundärströmungsstruktur zwischen zweiter und dritter Rohrreihe betrachtet. In Abbildung 7.5 wird zunächst die Verteilung von $\partial\langle W\rangle/\partial z$ mit dem lokalen Wärmeübergangsbild verglichen. Beide Bilder zeigen einen charakteristischen Streifen mit hohen Werten von $\partial\langle W\rangle/\partial z$ bzw. der Nu-Zahl. Die Ausdehnung und Form beider Streifen ist qualitativ sehr ähnlich.

Für einen direkten Vergleich wird wieder, wie im vorangegangenen Abschnitt (s. S. 115) besprochen, das Feld $\partial\langle W\rangle/\partial z(x,y)$ auf das Höhenprofil der Nu-Verteilung projiziert. Den Projektionsbereich, d.h. die Überlagerung von PIV-Messgitter und AAM-Bild, zeigt Abbildung 7.6.

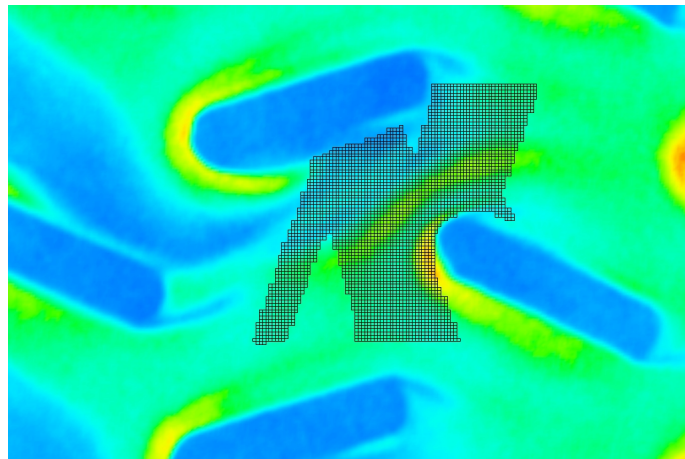


Abbildung 7.6: Definition des projizierten Bereiches: Das PIV–Messgitter ist auf den korrespondierenden Bereich der Wärmeübergangsverteilung gelegt.

Das Ergebnis der Projektion ist in Abbildung 7.7 dargestellt. Im Höhenprofil ist deutlich der S–förmige Streifen mit hohem Wärmeübergang zu erkennen. Im Gegensatz zum Hufeisenwirbel des Rohrbündel–Wärmeübertragers ist der Bereich hohen Wärmeübergangs sehr schmal. Er hat topografisch die Form eines Höhenkamms. Die Flanken des Kamms sind bei großen y –Werten, d.h. in Richtung des zweiten Rohres, rot und bei kleinen y –Werten blau eingefärbt. Der erhöhte Wärmeübergang nicht eindeutig mit einem positiven oder negativen Gebiet von $\partial\langle W \rangle / \partial z$ zusammenzufallen. Stattdessen wird er von positiven und negativen Werten umrahmt.

Um dieses Sachverhalt zu erklären, wird im Folgenden davon ausgegangen, dass der Sekundärströmungseffekt, der für die Wärmeübergangserhöhung verantwortlich ist, den Charakter eines Longitudinalwirbels besitzt. Nach der in Abschnitt 5.1.4 vorgestellten Wirbeltheorie steht bei einem ungestörten Wirbel in Wandnähe die Lage des maximalen Wärmeübergangs in Verbindung zur Drehachse des Wirbels. An der Position der Wirbelachse wechselt demnach die Größe $\partial\langle W \rangle / \partial z$ ihr Vorzeichen. Diese Situation ist schematisch in Abbildung 7.8 skizziert. Die Annahme eines durch die Stromlinienkrümmung hervorgerufenen Longitudinalwirbels und die gemessene Verteilung von $\partial\langle W \rangle / \partial z$ sind also konsistent.

Eine ähnlichen Zusammenhang zwischen Wirbel und lokalem Wärmeübergang konnte auch Henze [58] bei longitudinalen Wirbeln hinter einem Wirbelgenerator zeigen. Dort wurde eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Trajektorie des Wirbels, d.h. Lage der Wirbelachse, und maximalem Wärmeübergang gefunden.

In den vorangegangenen Abschnitten wurde diskutiert, dass eine Besonderheit des Flachrohrwärmeübertragers die Asymmetrie der Hufeisenwirbel ist, die sich deutlich im Wärmeübergangsbild zeigt (vgl. z.B. Abb. 6.7). Diese Asymmetrie hängt mit dem effektiven Anströmwinkel der Hauptströmung zusammen. Insbesondere an Rohr 1–3 wurde beobachtet, dass sich hier nur druckseitig ein Wirbel ausbildet. Auf der Saugseite des

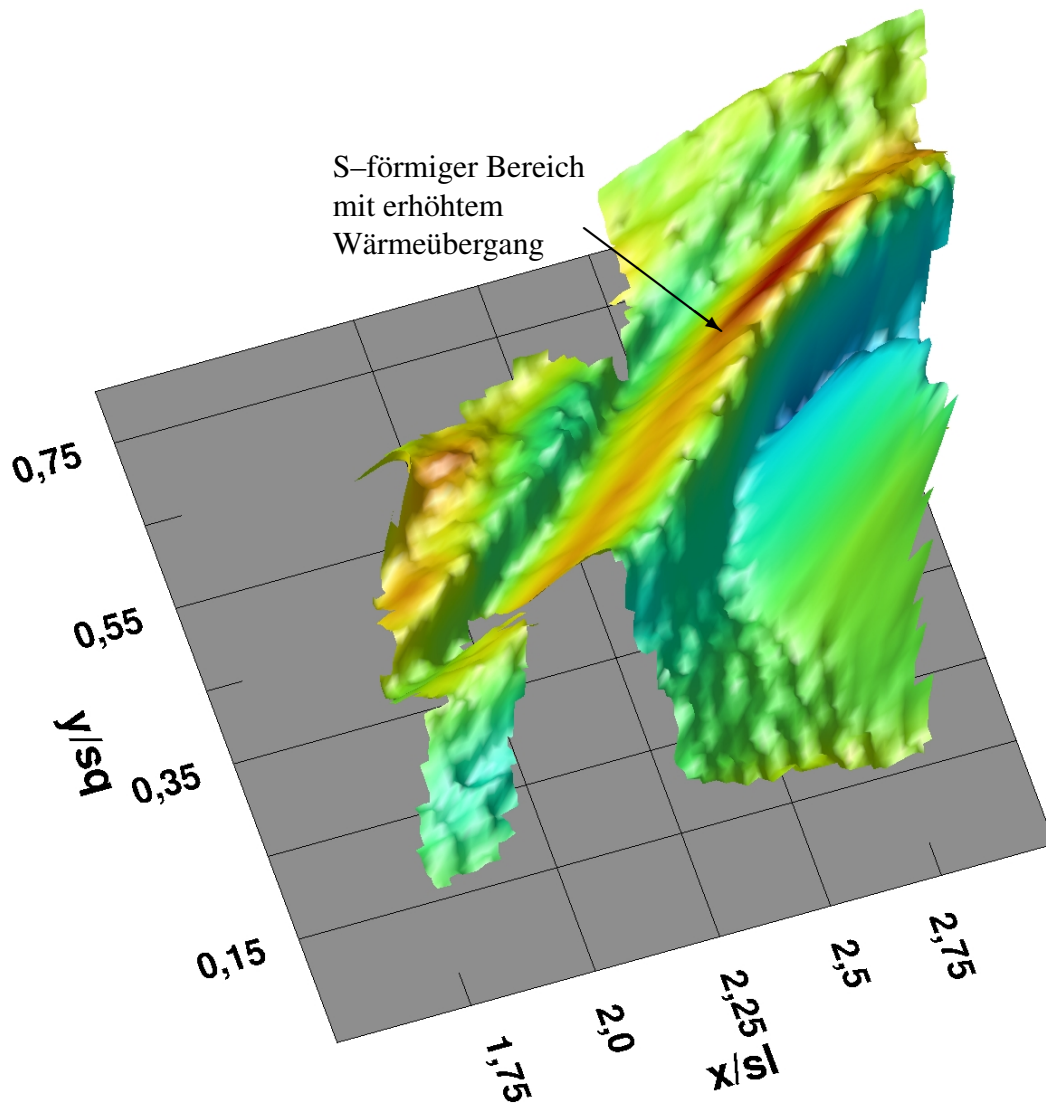


Abbildung 7.7: Projektion der Farbverteilung von $\partial \langle W \rangle / \partial z$ bei $z/h_{1/2} = 0,05$ auf das Höhenprofil von $Nu(x, y)$ zwischen zwei Rohren der zweiten und dritten Rohrreihe

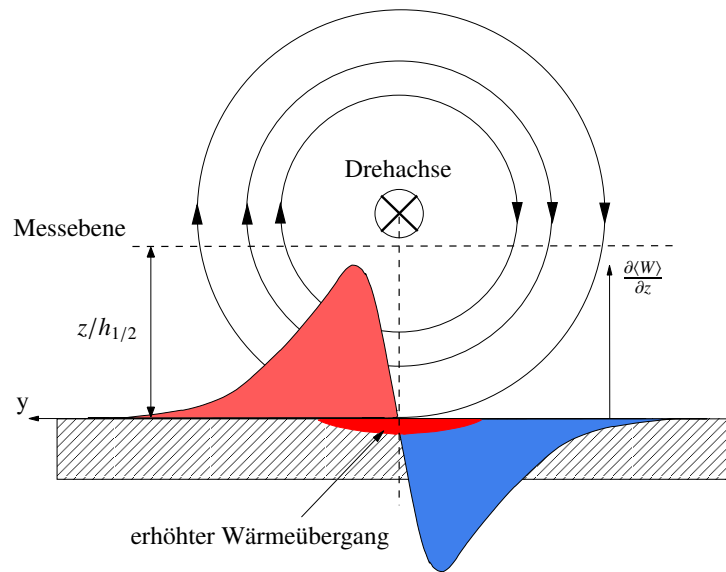


Abbildung 7.8: Schematische Darstellung des Vorzeichenwechsels der Größe $\partial\langle W\rangle/\partial z$ an der Position der Wirbel–Drehachse und im Bereich des erhöhten Wärmeübergangs: Die Funktion $\partial\langle W\rangle/\partial z(y, z_i)$ ist für den Fall, dass die Drehachse oberhalb der Messebene liegt, eingezeichnet.

Flachrohrs ist der Wirbel komplett unterdrückt. Ein Grund für dieses Verhalten kann die an diesem Flachrohr ablösende Strömung sein. Dieser Ablösungseffekt scheint die Ausbildung des Hufeisenwirbels komplett zu unterbinden. Im Wärmeübergang existiert ein schmaler Bereich mit extrem geringen Wärmeübergangskoeffizienten, der in dem Bereich liegt, wo die Abrisskante der Strömung zu erwarten ist.

Dieser Sachverhalt kann durch die Kombination von Strömungs- und Wärmeübergangsmessungen überprüft werden. Strömungsmechanisch kann eine ablösende Strömung daran ausgemacht werden, dass sich zwischen abgelöster Strömung und Rezirkulationsblase eine Scherschicht ausbildet. In 2D–PIV Messungen kann diese Scherschicht über die Berechnung der Scherspannungskomponente in der x–y–Ebene

$$S_{xy} = \mu \left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} \right) \quad (7.1)$$

sichtbar gemacht werden.

Die Verteilung der Scherspannungskomponente wird durch eine hochauflösende PIV–Messung in einem Wandabstand von $z/h_{1/2} = 0,1$ bestimmt und ist in Abbildung 7.9 aufgetragen. Wird jetzt das Scherspannungsfeld auf die Nu–Verteilung projiziert (Abb. 7.10), wird deutlich, dass der Bereich der Scherschicht einen sehr schlechten Wärmeübergang hat. Die hohen Werte der Scherspannung fallen gut mit dem lokalen Minimum der Nu–Verteilung zusammen.

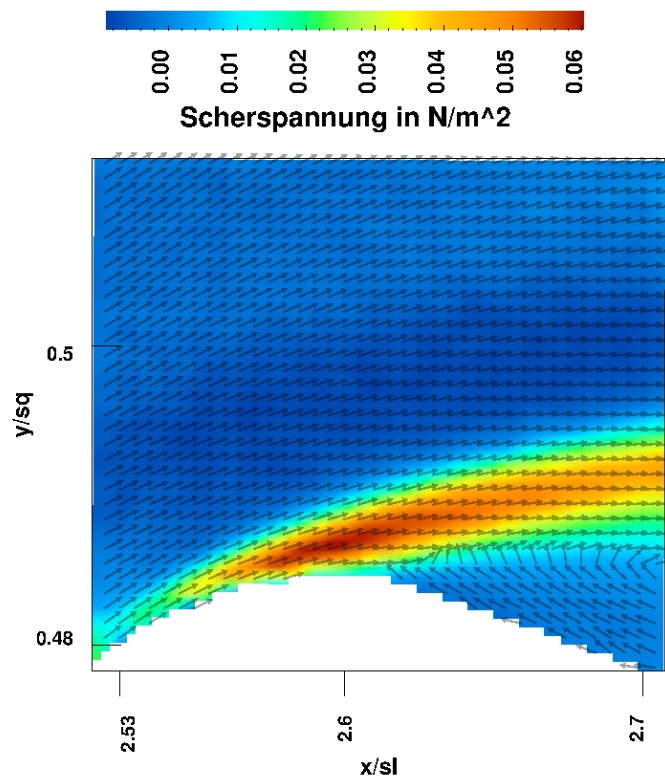


Abbildung 7.9: Verteilung der Scherspannungskomponente S_{xy} : Die an der Rohrvorderkante von Rohr 1-3 abgelöste Strömung ist deutlich an den hohen Werten der Scherspannung zu erkennen.

Die Tatsache, dass Scherschichten offensichtlich zu einem lokal stark verminderten Wärmeübergang führen, kann an weiteren Stellen im Flachrohr-Wärmeübertrager beobachtet werden. In der Zusammenstellung der Nu-Verteilungen um die einzelnen Flachrohre in Abbildung 6.7 zeigen sich insbesondere an den stromab gelegenen Kanten der Flachrohre vergleichbare Phänomene. Am ausgeprägtesten ist der Einfluss der mit der Ablösung verbundenen Scherschicht an der hinteren Kante des Rohres 1-1 (Abb. 6.7a), aber auch Rohr 1-2 (Abb. 6.7b) und das hier detailliert untersuchte Rohr 1-3 (Abb. 6.7c) zeigen in vergleichbaren Bereichen einen deutlich reduzierten Wärmeübergang.

An diesen Beispielen wird deutlich, wie eng wandnah bestimmte Strömungsgrößen und lokaler Wärmeübergang zusammenhängen. Obwohl sämtliche hier besprochenen Strömungsphänomene stark dreidimensional sind und nur zweidimensionale Geschwindigkeitsinformationen zur Verfügung stehen, können doch plausible und belastbare Erkenntnisse über den Zusammenhang von Strömung und Wärmeübergang gewonnen werden.

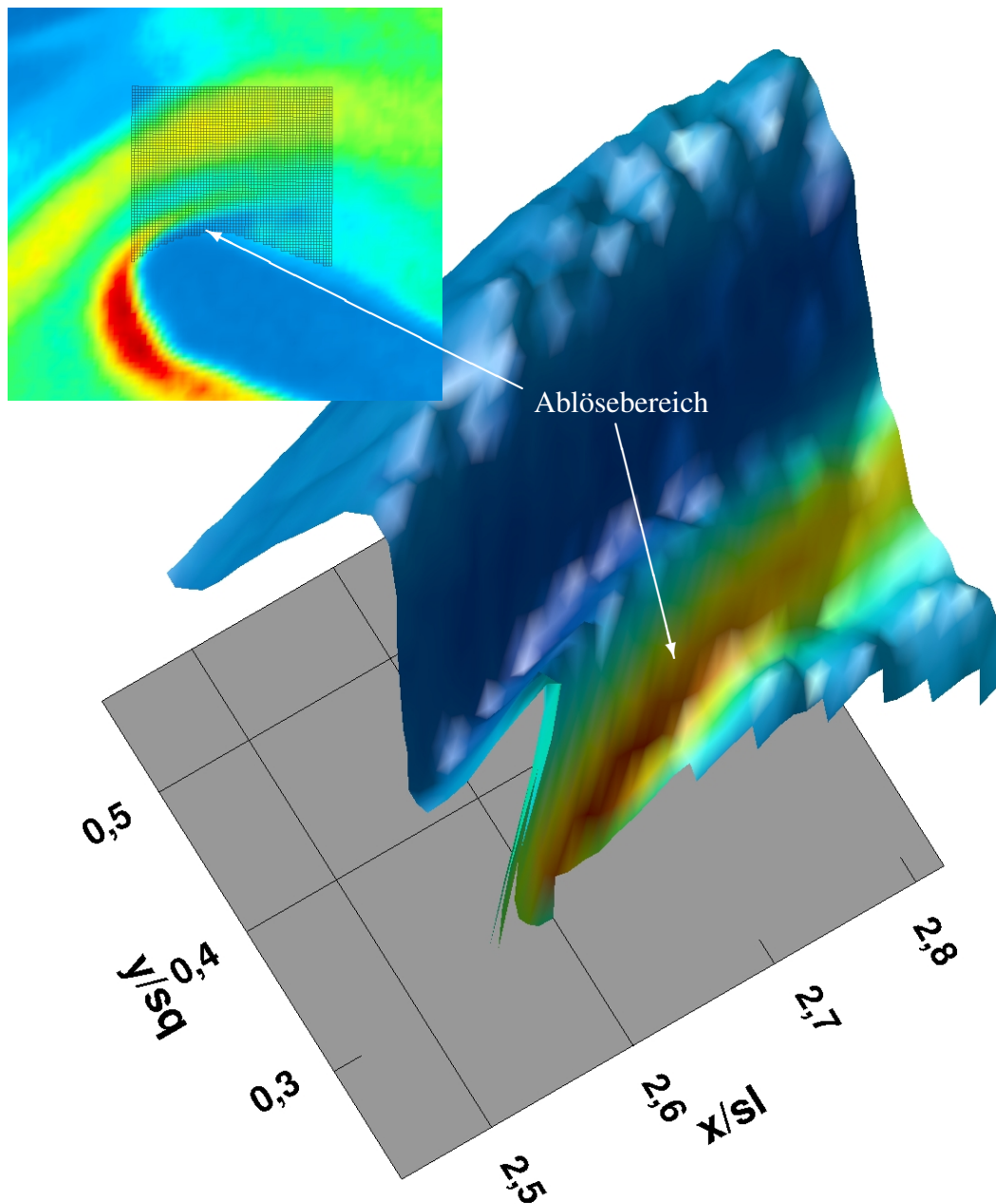


Abbildung 7.10: Projektion des Scherspannungsfeldes S_{xy} auf die korrespondierende Nu-Verteilung; Das eingesetzte Bild zeigt das auf das AAM-Bild gelegte PIV-Messgitter.

8 Zusammenfassung und Ausblick

8.1 Zusammenfassung der wesentlichen Ergebnisse

In der vorliegenden Arbeit wird detailliert das Zusammenspiel von Strömung und lokalem Wärmeübergang in technisch relevanten, komplexen Geometrien untersucht. Die kombinierte Herangehensweise ist notwendig für substantielle Verbesserungen der Wärmeübertragungseigenschaften von z.B. Kompaktwärmeübertragern.

Für dieses Vorhaben werden verschiedene Messtechniken und numerische Methoden für die speziellen Bedürfnisse der Analyse von komplexen Geometrien angepasst und weiterentwickelt:

Die Strömungsmessung erfolgt mit der „Particle Image Velocimetry“ (PIV). Mit ihr werden zweidimensionale Geschwindigkeitsfelder in der Hauptströmung und vor allem in der Nähe der wärmeübertragenden Flächen, d.h. im vorliegenden Fall der Lamellen, untersucht. Qualitativ hochwertige wandnahe Messungen werden in dieser Arbeit zum einen durch eine effiziente Streulichtreduktion mit einer geeigneten Lackierung und zum anderen durch die Entwicklung einer speziellen, an die Bedürfnisse angepassten Lichtschnittoptik ermöglicht. Zur Identifizierung von wärmeübergangsintensivierenden Sekundärströmungen wird die „Proper Orthogonal Decomposition“ (POD) für die Auswertung der Strömungsmessungen implementiert. Ein Derivat, die sogenannte Gappy-POD, wird nach Kenntnis des Autors erstmalig eingesetzt, um Schatteneinflüsse der Kältemittelrohre effektiv zu kompensieren.

Zur Analyse der lokalen Wärmeübergangsverteilung wird die Ammoniak-Absorptionsmethode angewendet. Sie ist eine chemische Stoffübergangs-Messmethode, die auf der Analogie zwischen Wärme- und Stoffübertragung beruht. Aufgrund der Abwesenheit von Querleitungseffekten ist diese Methode besonders geeignet, um den Einfluss von Sekundärströmungen auf die konvektive Wärmeübertragung mit hoher räumlicher Auflösung zu visualisieren. Für belastbare quantitative Wärmeübergangsdaten wird eine In-Situ-Kalibrierung entwickelt. Sie nutzt eine geeignete Literaturbeziehung der hydrodynamisch und thermisch anlaufenden Kanalströmung, um schnell und mit minimalem experimentellem Aufwand absolute Wärmeübergangskoeffizienten angeben zu können. Vergleichsmessungen mit kooperierenden Wissenschaftlern haben gute Übereinstimmungen gezeigt.

Mit diesem Satz an Analysemethoden werden systematisch zwei Wärmeübertrager-Konfigurationen untersucht. Zum einen ein Rohrbündel-Wärmeübertrager und zum anderen ein neuartiger Wärmeübertrager mit verkippten Flachrohren. In beiden Geometrien

werden periodische Zellen identifiziert, in denen die globalen und lokalen Strukturen der Strömung und der Wärmeübergangsverteilung untersucht werden.

Beim Flachrohr-Wärmeübertrager wird gezeigt, dass die Strömung eine verstärkte Querbewegung in Wandnähe erfährt und es zu einer lateralen Fluidvermischung kommt. In den wandnahen Detailmessungen wird die Strömungsgröße $\partial w / \partial z$ als geeignetes Kriterium identifiziert, um auch in zweidimensionalen Strömungsfeldern Aussagen über die für den Wärmeübergang entscheidende wandnormale Geschwindigkeitskomponente zu treffen. Mit ihr werden im Rohrbündel-Wärmeübertrager charakteristische Hufeisenwirbel aufgedeckt und in der Flachrohr-Geometrie deutliche Sekundärströmungen. Die gemessene $\partial w / \partial z$ -Verteilung wird mit einem analytischen Wirbelmodell in Beziehung gesetzt. Damit wird die Interpretation dieses Gradientenfeldes ermöglicht, und es können weitreichende Aussagen über Größe und Struktur der Sekundärströmungen gemacht werden.

Durch die POD-Analyse der Strömungsfelder wird klar, dass wärmeübergangsintensivierende Strukturen schon den turbulenten Fluktuationen zugrunde liegen. Diese POD-Strukturen decken sich mit Voraussagen über das Sekundärströmungsverhalten, die durch den Vergleich mit dem Wirbelmodell gemacht wurden. Weiterhin wird gezeigt, dass mit Hilfe der implementierten Gappy-POD instantane Geschwindigkeiten in abgeschatteten Bereichen mit relativen mittleren Fehlern von weniger als 3,5% rekonstruiert werden können.

Die hochauflösenden Wärmeübergangsmessungen zeigen insbesondere beim Flachrohr-Wärmeübertrager eine komplexe Verteilung. In beiden betrachteten Geometrien können vor allem Hufeisenwirbel ausgemacht werden, die einen dominierenden Einfluss auf den Wärmeübergang haben. Die Ausbildung dieser Wirbel und deren Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl wird intensiv diskutiert.

Abschließend werden lokale Strömungs- und Wärmeübergangsmessungen zusammengeführt. Die Projektion von Strömungsdaten, d.h. insbesondere der Größe $\partial w / \partial z$, auf das Relief des Wärmeübergangs macht den unmittelbaren Zusammenhang von Strömung und Wärmeübergang deutlich. Es können so Upwash- und Downwash-Effekte der Strömung mit der lokalen Wärmeübergangsverteilung in Verbindung gesetzt werden. Die aus den jeweiligen separaten Betrachtungen gemachten Voraussagen werden exakt bestätigt.

8.2 Weiterführende Arbeiten

Mit den in dieser Arbeit bereitgestellten Methoden sind weitreichende Aussagen über den Einfluss von Sekundärströmungen auf den konvektiven lokalen Wärmeübergang möglich.

Gerade die laseroptischen Strömungsmessungen in komplexen Geometrien sind äußerst anspruchsvoll. Wandnahe Messungen verschärfen die Anforderungen deutlich. Moderne PIV-Systeme können sowohl räumlich als auch zeitlich deutlich höhere Auflösungen erreichen als die hier vorgestellten Daten. Die Anwendung intelligenter Algorithmen zur Reduktion des Hintergrundrauschens bei wandnahen Messungen kann die Qualität der wandnahen Messungen deutlich erhöhen.

Interessant für eine fundierte Optimierung ist es zu untersuchen, wie sich lokale Strömungsstrukturen auf die Entropieproduktion, d.h. auf die Verluste, in den betrachteten Kompaktwärmeübertragern auswirken. Die POD-Analyse liefert räumliche Strukturen in den turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen. Diesen POD-Moden kann über die zeitabhängigen korrespondierenden Entwicklungskoeffizienten eine auf die Mode bezogene Entropieproduktionsrate zugeordnet werden. Damit können Sekundärströmungsphänomene und viskose Verluste geschickt in Verbindung gebracht werden.

Die POD bzw. Gappy-POD Methode, die in dieser Arbeit vornehmlich zur Analyse von experimentellen Strömungsdaten verwendet werden, haben ein großes Potential bei der Verknüpfung von Experiment und numerischer Simulationen. Das kann gerade auf dem Weg hin zu einer geometrischen Optimierung insbesondere der Flachrohr-Geometrie ein wertvoller Schritt sein. Die Variation von Parametern — wie Anstellwinkel der Rohre, Längs- und Querabstand bzw. die Größe der Rohre selbst bei unterschiedlichen Reynolds-Zahlen — bietet großen Raum für Verbesserungen. Mit Hilfe der Gappy-POD können experimentelle Informationen in den Optimierungsprozess mit einfließen, wie Bui-Thanh und Willcox [38] gezeigt haben. Weiterhin lässt sich durch die Entwicklung von niedrigdimensionalen Modellen der Zeitaufwand einer derartigen Optimierung deutlich verringern. Die Kombination von Experiment und Simulation über die POD bzw. Gappy-POD kann eine vielversprechende Perspektive sein, die die Stärken beider Analysen nutzt und die Schwächen gegenseitig minimiert.

Literaturverzeichnis

- [1] MAYER, J. R.: Bemerkungen über die Kräfte der unbelebten Natur. In: *Annalen der Chemie und Pharmacie* XLII (1842), S. 233–240 1
- [2] GUO-YAN, Z. ; EN, WU ; SHAN-TUNG, T.: Techno-Economic Study on Compact Heat Exchangers. In: *Int. J. Energy Research* 32 (2008), Nr. 12, S. 1119–1127 3
- [3] BEJAN, A.: General Criterion for Rating Heat Exchanger Performance. In: *Int. J. Heat and Mass Transfer* 21 (1978), S. 655–658 3
- [4] HAMMOND, G. P.: Industrial Energy Analysis, Thermodynamics and Sustainability. In: *Applied Energy* 84 (2007), S. 675–700 3
- [5] BERGLES, A. E.: Heat Transfer Enhancement – The Encouragement and Accommodation of High Heat Fluxes. In: *Journal of Heat Transfer* 119 (1997), S. 8–19 3
- [6] JACOBI, A. M. ; SHAH, R. K.: Air-Side Flow and Heat Transfer in Compact Heat Exchangers: A Discussion of the Physics. In: MANGLIK, R. M. (Hrsg.) ; KRAUS, A. D. (Hrsg.): *Process, Enhanced, and Multiphase Heat Transfer; A Festschrift for A. E. Bergles*. New York : Begell House Inc., 1996, S. 379–390 3
- [7] FIEBIG, M.: Embedded Vortices in Internal Flow: Heat Transfer and Pressure Loss Enhancement. In: *Int. J. Heat and Fluid Flow* 16 (1995), S. 376–388 3
- [8] JOARDAR, A. ; JACOBI, A. M.: Heat Transfer Enhancement by Winglet-Type Vortex Generator Arrays in Compact Plain-Fin-And-Tube Heat Exchangers. In: *Int. J. Refrigeration* 31 (2008), S. 87–97 3
- [9] FIEBIG, M.: Vortices, Generators and Heat Transfer. In: *Trans. IChemE* 76 (1998), Nr. A, S. 108–123 3
- [10] WANG, C. C. ; HSIEH, Y-C. ; LIN, Y-T.: Performance of Plate Finned Tube Heat Exchangers Under Dehumidifying Conditions. In: *J. Heat Transfer* 119 (2007), S. 109–117 4
- [11] ZHONG, Y. ; JACOBI, A. M.: An Experimental Study of Louver-Fin Flat-Tube Heat Exchanger Performance under Frosting Conditions. In: *Proc. of 5th Int. Conf. Comp. Heat Exchanger*. Hoboken, NJ, 2005 4

- [12] HAFNER, A.: *Compact Interior Heat Exchangers for CO₂ Mobile Heat Pumping Systems*, Norwegian University of Science and Technology, Diss., 2003 4
- [13] AWAD, M. M. ; MOSTAFA, H. M. ; SULTAN, G. I. ; ELBOOZ, A. ; EL-GHONEMY, A. M. K.: Performance Enhancement of Air-Cooled Condensers. In: *Acta Polytechnica Hungarica* Bd. 4. 2007 4
- [14] RAFFEL, M. ; WILLERT, C. ; WERELEY, S. ; KOMPENHANS, J.: *Particle Image Velocimetry — A Practical Guide*. Springer, 2007 15, 22, 24
- [15] BENDER, J.: *Laseroptische Strömungsfelduntersuchungen in engen Luftkanälen*, Technische Universität Braunschweig, Diss., 2003 15, 23, 24, 25, 70, 71, 83
- [16] Kapitel Micron-Resolution Particle Image Velocimetry. In: WERELEY, S. T. ; MEINHART, C. D.: *Diagnostic Techniques for Microfluidics*. Springer, 2005 16
- [17] MATHWORKS INC.: *Matlab Vers. 7.3.0.298*. <http://www.mathworks.com>, 2006 24
- [18] IBM CORPORATION: *OpenDX Vers. 4.4.4*. <http://www.opendx.org> , <http://www.research.ibm.com/dx>, 24, 49
- [19] SPURK, J. H.: *Strömungslehre*. 4. Springer, 1996 25
- [20] KOCK, F. ; HERWIG, H.: Local Entropy Production in Turbulent Shear Flows: A High Reynolds Number Model with Wall Functions. In: *Int. J. Heat and Mass Transfer* 47 (2004), S. 2205–2215 25
- [21] HUSSAIN, A. K. M. F.: Coherent Structures and Turbulence. In: *J. Fluid Mech.* 173 (1986), S. 303–356 27
- [22] HOLMES, P. ; LUMLEY, J. L. ; G., Berkooz: *Turbulence, Coherent Structures, Dynamical Systems and Symmetry*. Cambridge University Press, 1996 27, 30
- [23] EVERSON, R. ; CORNILLION, P. ; SIROVICH, L. ; WEBBER, A.: An Empirical Eigenfunction Analysis of Sea Surface Temperatures in the North Atlantic. In: *J. Phys. Oceanography* 27 (1996), S. 468–479 27
- [24] KIRBY, M. ; SIROVICH, L.: Application of the Karhunen–Loève Procedure for the Characterization of Human Faces. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 12 (1990), Nr. 1, S. 103–108 27
- [25] SIROVICH, L.: A Pattern Analysis of the Second Rehnquist U.S. Supreme Court. In: *Proc. Nat. Academy of Sci. of the United States of America* 100 (2003), Nr. 13, S. 7432–7437 27

-
- [26] HUSAIN, A. ; BAIG, M. F. ; VARSHNEY, H.: Investigation of Coherent Structures in Rotating Rayleigh–Benard Convection. In: *Physics of Fluids* 18 (2006), Nr. 12, 125105. <http://dx.doi.org/10.1063/1.2404939>. – DOI 10.1063/1.2404939 27, 92
- [27] WILLCOX, K. ; PERAIRE, J.: Balanced Model Reduction via the Proper Orthogonal Decomposition. In: *AIAA Journal* 40 (2002), Nr. 11, S. 2323–2330 27
- [28] *Kapitel The Structure of Inhomogeneous Turbulence*. In: LUMLEY, J. L.: *Atmospheric Turbulence and Wave Propagation*. Nauka, 1967, S. 166–178 27
- [29] BERKOOZ, G. ; HOLMES, P. ; LUMLEY, J. L.: The Proper Orthogonal Decomposition in the Analysis of Turbulent Flows. In: *Ann. Rev. Fluid Mech.* 23 (1993), Nr. 539–579 27
- [30] AUBRY, N.: On the Hidden Beauty of the Proper Orthogonal Decomposition. In: *Theor. Comput. Fluid Dynamics* 2 (1991), S. 339–352 27
- [31] AUBRY, N. ; GUYONNET, R. ; LIMA, R.: Spatiotemporal Analysis of Complex Signals. In: *J. Stat. Phys.* 64 (1991), Nr. 3/4, S. 683–739 32
- [32] SIROVICH, L.: Turbulence and Dynamics of Coherent Structures, Part I–III. In: *Quarterly of Appl. Math.* XLV (1987), S. 561–590 33, 34
- [33] ADRIAN, R. K. ; CHRISTENSEN, K. T. ; LIU, Z.-C.: Analysis and Interpretation of Instantaneous Turbulent Velocity Fields. In: *Exp. in Fluids* 29 (2000), S. 275–290 35
- [34] EVERSON, R. ; SIROVICH, L.: Karhunen–Loève Procedure for Gappy Data. In: *J. Opt. Soc. Am. A* 12 (1995), Nr. 8, S. 1657–1664 38, 43
- [35] VENTURI, D. ; KARNIADAKIS, G. E.: Gappy Data and Reconstruction Procedure for Flow Past a Cylinder. In: *J. Fluid Mech.* 519 (2004), S. 315–336 42
- [36] MURRAY, N. E. ; UKEILEY, L. S.: An Application of Gappy POD for Subsonic Cavity Flow PIV Data. In: *Exp. Fluids* 42 (2007), S. 79–91 43
- [37] GUI, L.: *EDPIV – A Particle Image Velocimetry Software*. http://opticalab.ncpa.olemiss.edu/default_files/Page469.htm, 43
- [38] BUI-THANH, T. ; DAMODARAN, M. ; WILLCOX, K.: Aerodynamic Data Reconstruction and Inverse Design Using Proper Orthogonal Decomposition. In: *AIAA Journal* 42 (2004), Nr. 8, S. 1505–1516 43, 127
- [39] BUI-THANH, T.: *Proper Orthogonal Decomposition Extensions and Their Applications in Steady Aerodynamics*, Singapore-MIT Alliance, Diss., 2003 43

- [40] ROBINSON, T. D. ; ELDRED, M. S. ; WILLCOX, K. E. ; HAIMES, R.: Strategies for Multifidelity Optimization With Variable Dimensional Hierarchical Models. In: *Proc. 47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conf.* Newport, Rhode Island, 2006 43
- [41] FAHL, M.: *Trust-Region Methods for Flow Control Based on Reduced Order Modeling*, Universität Trier, Diss., 2000 43
- [42] THOMA, H.: *Hochleistungskessel*. Springer, 1921 45
- [43] KRÜCKELS, W.: *Eine Methode zur photometrischen Bestimmung örtlicher Stoffübergangszahlen mit Hilfe chemischer Nachweisreaktionen*, Universität Stuttgart, Diss., 1968 45
- [44] KOTTKE, V. ; BLENKE, H. ; SCHMIDT, K. G.: Eine remissionsfotometrische Messmethode zur Bestimmung örtlicher Stoffübergangskoeffizienten bei Zwangskonvektion in Luft. In: *Wärme- und Stoffübertragung / Thermo- and Fluidynamics* 10 (1977), S. 9–21 45, 54, 56
- [45] KOTTKE, V. ; BLENKE, H. ; SCHMIDT, K. G.: Messung und Berechnung des örtlichen und mittleren Stoffübergangs an stumpf angeströmten Kreisscheiben bei unterschiedlicher Turbulenz. In: *Wärme- und Stoffübertragung / Thermo- and Fluidynamics* 10 (1977), S. 89–105 45, 54
- [46] SCHULZ, K. ; FIEBIG, M.: Accurate Inexpensive Local Heat/Mass Transfer Determination by Digital Image Processing Applied to the Ammonia Absorption Method. In: *Proc. 2nd ETS*, 1996, S. 9–21 45
- [47] HARTMANN, A.: *Entwicklung eines lokalen Kalibrationsverfahrens für die Ammoniak-Absorptions-Methode und Anwendung auf Wärmeübergangsmessungen an neuartigen Flachrohrwärmeübertragern*. Technische Universität Braunschweig, Studienarbeit, 2006 46, 47, 58, 101
- [48] SCHULZ, K.: *Entwicklung und Erprobung optischer Verfahren zur Messung des lokalen konvektiven Wärmeübergangs mittels digitaler Bilderfassung*, Ruhr-Universität Bochum, Diss., 1996 46, 54, 56
- [49] OFFERMANN, D.: *Vergleichende Messungen des Stoffübergangs und des Druckverlustes an Lamellenstapeln mit Kiemenschnittrippen bzw. Deltawingletpaaren*, Ruhr-Universität Bochum, Diplomarbeit, 1994 46, 56
- [50] EURO-NORM: *Durchflussmessung von Fluiden mit Drosselgeräten in voll durchströmten Leitungen mit Kreisquerschnitt — Teil 2: Blenden*. EN ISO 5167-2:2003, Ausgabe 2004–01 49

- [51] MERSMANN, A.: *Stoffübertragung*. Springer, 1986 53
- [52] NIEDRIG, H. (Hrsg.): *Optik*. Bergmann Schaefer – Lehrbuch der Experimentalphysik. de Gruyter, 1993 55
- [53] MERCER, W. E. ; PEARCE, W. W. ; HITCHCOCK, J. E.: Laminar Forced Convection in the Entrance Region between Parallel Flat Plates. In: *J. Heat Transfer* 89 (1961), S. 251–257 58
- [54] *Kapitel Laminar Convective Heat Transfer in Ducts*. In: SHAH, R. K. ; BHATTI, M. S.: *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*. Wiley, 1987 58
- [55] EHNI, E.: *Einsatz der digitalen Bildverarbeitung zur Analyse von Strömungs- und Transportvorgängen in der Lebensmittelindustrie*, Universität Hohenheim, Diss., 1998 58
- [56] AHREND, U. ; HENZE, M. ; FREUND, S. ; KÖHLER, J.: Experimental and Numerical Investigations of Heat Transfer in Complex Internal Flows with Vortex Inducing Elements – Introduction to a Joint Project and Typical Results. In: *Proc. of 7th Int. Conf. Comp. Heat Exchanger*. Potsdam, 2007 62
- [57] BEHLE, M.: *Wärme- und strömungstechnische Untersuchung stanzgeprägter Hutzen als Längswirbelerzeuger*, Ruhr-Universität Bochum, Diss., 1996 62
- [58] HENZE, M.: *Experimentelle Untersuchung von Strömung und Wärmeübergang in Kühlkanälen mit wirbelerzeugenden Elementen*, Universität Stuttgart, Diss., 2007 63, 64, 65, 119
- [59] BONS, J.: Transient Method for Convective Heat Transfer Measurement With Lateral Conduction – Part I: Application to a Deposit-Roughened Gas Turbine Surface. In: *J. Heat Transfer* 131 (2009), S. 011301–1 – 011301–7 65
- [60] FREUND, S.: *Local Heat Transfer Coefficients Measured with Temperature Oscillation IR Thermography*, Helmut-Schmidt-Universität der Bundeswehr Hamburg, Diss., 2007 66
- [61] McQUISTON, F. C. ; PARKER, J. D.: *Heating, Ventilating and Air Conditioning, Analysis and Design*. New York : John Wiley & Sons, 1988 70
- [62] BAKER, C. J.: The Laminar Horseshoe Vortex. In: *J. Fluid Mech.* 95 (1979), Nr. 2, S. 347–367 72
- [63] BAKER, C. J.: The Turbulent Horseshoe Vortex. In: *J. Wind Eng. and Indust. Aerodynamics* 6 (1980), S. 9–23 72

- [64] SCHÜTZ, G. ; KOTTKE, V.: Horseshoe Vortices and their Effect on Heat and Mass Transfer. In: *Proc. 6. Symp. Turbulent Shear Flows*, 1987, S. 13–4–1/5 72, 102, 103
- [65] LANG, N. ; LIMBERG, W.: Construction of Three–Dimensional Flow Structure out of Two–Dimensional Steady Flow Field Velocity Measurements. In: *Exp. in Fluids* 27 (1999), S. 351–358 74
- [66] RONNEBERGER, O.: *Messung aller drei Geschwindigkeitskomponenten mit Hilfe der „Particle Image Velocimetry“ mittels einer Kamera und zweier paralleler Licht-schnitte*, Georg–August–Universität Göttingen, Diplomarbeit, 1998 74
- [67] ANSYS INC.: *Fluent Vers. 6.3.26*. <http://www.fluent.com>, 2007 86
- [68] AHREND, U. ; KÖHLER, J.: Analysis of Flow Structures and Near Wall Behavior of Fluid Flow and Local Heat Transfer in Heat Exchangers with Inclined Flat Tubes. In: *Proc. of 6th International Conference on Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics (HEFAT2008)*. Pretoria, 2008 87
- [69] HORLOCK, J. H. ; LAKSHMINARAYANA, B.: Secondary Flows: Theory, Experiment, and Application in Turbomachinery Aerodynamics. In: *Annual Review of Fluid Mechanics* 5 (1973), Nr. 1, 247-280. <http://dx.doi.org/10.1146/annurev.fl.05.010173.001335>. – DOI 10.1146/annurev.fl.05.010173.001335 90
- [70] OERTEL JR., H. ; DELFS, J.: *Strömungsmechanische Instabilitäten*. Berlin : Springer, 1996 90
- [71] AHREND, U. ; BUCHHOLZ, M. ; SCHMIDT, R. ; KÖHLER, J.: Investigation of the Relation between Turbulent Fluid Flow and Heat Transfer in Fin–and–Tube Heat Exchangers. In: *Proc. of the 13th International Heat Transfer Conference*. Sydney, 2006 115

Symbolverzeichnis

Abkürzungen

AAM	Ammoniak–Absorptionsmethode
DNS	Direct Numerical Simulation
FKT	Flüssigkristall–Thermografie
PIV	Particle Image Velocimetry
POD	Proper Orthogonal Decomposition
TSM	Temperaturschwingungs–Methode

Griechische Zeichen

α	Wärmeübergangskoeffizient W/m ² K
β	Isobarer Expansionskoeffizient, $\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$ K ⁻¹
χ	Isotherme Kompressibilität, $\chi = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$ m ² /N
δ_{LS}	Wandabstand des Laserlichtschnitts mm
ϵ	Seitenverhältnis =a/b=kurze Seite/lange Seite 1
η	Dynamische Viskosität, η kg/m s
γ	Adiabatexponent, $\gamma = c_p/c_v$ 1
$\gamma_{1/2}$	Halber Lichtschnitt–Tailenwinkel (senkrecht zur Messebene) °
λ	Wellenlänge nm
λ	Wärmeleitfähigkeit W/m K
$\vec{\nabla}$	Nablaoperator m ⁻¹
ν	Kinematische Viskosität, $\nu = \eta/\rho$ m ² /s

Symbolverzeichnis

Φ	Strahlungsleistung	W/m^2
Φ	Viskose Entropiedissipationsfunktion	W/m^3
Φ_Θ	Thermische Entropiedissipationsfunktion	WK/m^3
$\tilde{\varphi}_n^{[i]}(\vec{x})$	Approximierte POD–Basisfunktionen	1
ϱ	Dichte	kg/m^3
Θ	Typische Temperaturdifferenz oder Temperaturdifferenzskala	K
$\vec{\omega}$	Lokale Wirbelstärke	s^{-1}

Kennzahlen

Le	Lewis Zahl, $= \frac{\text{Sc}}{\text{Pr}}$	1
Nu	Dimensionsloser Wärmeübergangskoeffizient $= \frac{\dot{q}\mathcal{L}}{\lambda\Theta} = \frac{\alpha\mathcal{L}}{\lambda}$	1
Nu_T	Dimensionsloser Wärmeübergangskoeffizient bei konstanter Wandtemperatur	1
Pr	Prandtl Zahl, $= \frac{\nu}{\alpha}$	1
Re_{2b}	Reynolds Zahl bezogen auf die doppelte Spaltbreite b	1
Sc	Schmidt Zahl, $= \frac{\nu}{D}$	1
Sh	Sherwood Zahl, $= \frac{\beta\mathcal{L}}{D}$	1

Römische Zeichen

a	Temperaturleitfähigkeit, $a = \lambda/\varrho c_p$	m^2/s
B	Belegungsdichte	kg/m^2
b	Spaltbreite/Plattenabstand im ebenen Spalt	m
c	Schallgeschwindigkeit	m/s
c_i	Massenkonzentration der Spezies i	kg/m^3
c_i	Stoffkonzentration des Stoffes i	mol/m^3
$D_{\text{NH}_3\text{--Luft}}$	Diffusionskoeffizient von Ammoniak in Luft	m^2/s
d_h	Hydraulischer Durchmesser	m

f	Brennweite	mm
\vec{g}	Vektor der Erdbeschleunigung	m/s ²
$h_{1/2}$	Halber Lamellenabstand	m
\mathcal{L}	Charakteristische Länge	m
\dot{n}_i	Stoffstromdichte	mol/m ² s
\mathcal{P}	Typischer Druck oder Druckskala	Pa
\mathbf{R}	Gemittelter Autokorrelationstensor, $\mathbf{R} = \langle \vec{U} \otimes \vec{U}^* \rangle$	
R	Remissionskoeffizient	1
s	Spezifische Entropie	J/kgK
$\dot{\underline{S}}_{\text{Prod}}$	Entropieproduktionsrate pro Volumenelement	J/Ksm ³
$\dot{\underline{S}}_{\text{rev}}$	Reversible Entropieänderung pro Volumenelement	J/Ksm ³
T	Temperatur	K
\mathcal{U}	Typische Geschwindigkeit oder Geschwindigkeitsskala	m/s
\vec{U}	Geschwindigkeitsvektor	m/s
\vec{u}	Fluktuationsgeschwindigkeit	m/s
U_∞	Freie Anströmgeschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung	m/s
U	Instantane Geschwindigkeitskomponente in x-Richtung	m/s
$\overset{\diamond}{\vec{u}}_n(\vec{x})$	Geschwindigkeitsfluktuationsfeld mit fehlenden Pixeln	m/s
$\langle \vec{U} \rangle$	Gemittelte Geschwindigkeit	m/s
$\tilde{\vec{u}}_n^{[0]}(\vec{x})$	Approximiertes Feld der Geschwindigkeitsfluktuationen	m/s
\mathbf{U}	Matrixdarstellung der Geschwindigkeitskomponente U	m/s
V	Instantane Geschwindigkeitskomponente in y-Richtung	m/s
V	Instantane Geschwindigkeitskomponente in y-Richtung	m/s
\dot{V}	Volumenstrom	m ³ /s
\mathbf{V}	Matrixdarstellung der Geschwindigkeitskomponente V	m/s

Symbolverzeichnis

V	Instantane Geschwindigkeitskomponente in z-Richtung	m/s
w	z-Komponente der Fluktuationsgeschwindigkeit	m/s
x_A	Molenbruch oder Stoffmengenanteil der Komponente A	mol/mol
x^*	Dimensionslose Koordinate in Strömungsrichtung, $x^* = x/d_h \text{Re}_{2b} \text{Pr}$	1
$z/h_{1/2}$	Dimensionsloser Abstand des Laserlichtschnitts von der Lamelle	1

Herleitungen

A.1 Ableitung der Schnappschuss–POD–Methode aus der direkten Methode

Wir betrachten einen beliebigen abgeschlossenen Bereich $\Omega_S \in \mathbb{R}^3$. Auf diesem werden Geschwindigkeitsfelder in M statistisch unabhängigen Messungen bestimmt. Diese unkorrelierten Messungen werden Schnappschüsse genannt.

Eine Messung zu einem bestimmten Zeitpunkt t_n sei bezeichnet mit $\vec{U}_n(\vec{x})$ mit $\vec{x} \in \Omega_S$. Das Messvolumen sei diskretisiert und es werde an N verschiedenen Positionen \vec{x} gemessen. Da wir es bei PIV Messungen mit äquidistanten Messorten zu tun haben, können die Messorte \vec{x} durchnummeriert werden. Wir schreiben fortan $\vec{U}(x)$, wobei x nun ein Index ist. Das Ensemble von M Messungen in Ω_S ist demzufolge $\{\vec{U}_n(x)\}$.

Nun sei die optimale Basis für den Datensatz $\{\vec{\varphi}_k(x)\}_{k=1}^M$. Wenn das der Fall ist, gilt wie in 3.4.3 erläutert:

$$\vec{\varphi}(x) = \sum_{k=1}^M b_k \vec{U}_k(x) \quad (\text{A.1})$$

Die Eigenfunktionen sind also eine lineare Kombination der Schnappschüsse.

Es ist nun die Aufgabe, die Koeffizienten b_k zu bestimmen. Dazu wird sowohl Gleichung A.1 benutzt als auch die bekannte (integrale) Eigenwertgleichung 3.20 (Seite 30). In der Eigenwertgleichung ersetzen wir die Eigenvektoren $\vec{\varphi}$ durch die Zerlegung (A.1):

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_S} dx' \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \vec{U}_i(x) \otimes \vec{U}_i(x') \sum_{j=1}^M b_j \vec{U}_j(x') &= \lambda \underbrace{\sum_{i=1}^M b_i \vec{U}_i(x)}_{L(x)} \\ \Leftrightarrow \sum_{i=1}^M \frac{1}{M} \int_{\Omega_S} dx' \underbrace{\vec{U}_i(x) \otimes \vec{U}_i(x')}_{\text{dyadisches Produkt}} \sum_{j=1}^M b_j \vec{U}_j(x') &= L(x) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Nach dem Ausschreiben des dyadischen Produktes

$$\vec{U}_i(x) \otimes \vec{U}_i(x') = \vec{U}_i(x) \vec{U}_i^T(x')$$

und dem Zusammenfassen der Summen ergibt sich für die linke Seite:

$$\sum_{t=1}^M \sum_{j=1}^M b_j \frac{1}{M} \int_{\Omega_S} dx' \vec{U}_t(x) \vec{U}_t^T(x') \vec{U}_j(x') \quad (\text{A.3})$$

Umgruppierung und Indexumbenennung $t \rightarrow i$ führt auf:

$$\sum_{i,j=1}^M b_j \vec{U}_i(x) \underbrace{\frac{1}{M} \int_{\Omega_S} dx' \vec{U}_i^T(x') \vec{U}_j(x')}_{(C_{ij}) = \frac{1}{M} (\vec{U}_i(x'), \vec{U}_j(x'))} \quad (\text{A.4})$$

Nun schreiben wir die Eigenwertgleichung mit dem Standard-Skalarprodukt (vgl. Gleichung 3.11):

$$\begin{aligned} \sum_{i,j=1}^M b_j \vec{U}_i(x) \frac{1}{M} (\vec{U}_i(x'), \vec{U}_j(x')) &= L(x) \\ \Leftrightarrow \sum_{i,j=1}^M \frac{1}{M} (\vec{U}_i, \vec{U}_j) b_j \vec{U}_i &= \lambda \sum_{i=1}^M b_i \vec{U}_i \\ \Leftrightarrow \sum_{i,j} \left[\frac{1}{M} (\vec{U}_i, \vec{U}_j) b_j - \lambda b_i \right] \vec{U}_i &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Diese Gleichung muss für beliebige \vec{U} 's erfüllt sein, so dass man folgendes M-dimensionales Eigenwertproblem erhält:

$$\sum_{j=1}^M \frac{1}{M} (\vec{U}_i, \vec{U}_j) b_j = \lambda b_i \quad \text{mit} \quad i = 1 \dots M \quad (\text{A.6})$$

Oder kurz in Matrixschreibweise:

$$\boxed{\mathbf{C} \vec{b} = \lambda \vec{b}} \quad \text{mit} \quad (C_{ij}) = \frac{1}{M} (\vec{U}_i(x), \vec{U}_j(x)) \quad (\text{A.7})$$

Das ist die gesuchte Eigenwertgleichung für die Entwicklungskoeffizienten b_k .

A.2 Herleitung der linearen Gleichung für die Entwicklungskoeffizienten in der Gappy-POD

Die Minimierung des Fehlerfunctionals \tilde{E}_n liefert, dass die Residuen orthogonal zu den Basisfunktionen sein müssen (vgl. Glg.3.43). Von diesem Ergebnis ausgehend gelangt man durch Umformungen zum gesuchten Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} \left(\tilde{\varphi}_i, \overset{\diamond}{\tilde{u}}_n - \sum_j \tilde{a}_j^n \tilde{\varphi}_j \right)_{S[\overset{\diamond}{\tilde{u}}_n]} &= 0 \\ \left(\tilde{\varphi}_i, \overset{\diamond}{\tilde{u}}_n \right)_S - \left(\tilde{\varphi}_i, \sum_j \tilde{a}_j^n \tilde{\varphi}_j \right)_S &= 0 \\ \left(\tilde{\varphi}_i, \sum_j \tilde{a}_j^n \tilde{\varphi}_j \right)_S &= f_i^n \\ \sum_j \left(\tilde{\varphi}_i, \tilde{\varphi}_j \right)_S \tilde{a}_j^n &= f_i^n \\ \sum_j B_{ij} \tilde{a}_j^n &= f_i^n \\ \Rightarrow \mathbf{B} \tilde{\vec{a}}_n &= \vec{f}_n \end{aligned}$$

Oben wurden die Schreibweisen $f_i^n = \left(\tilde{\varphi}_i, \overset{\diamond}{\tilde{u}}_n \right)_S$ und $B_{ij} = \left(\tilde{\varphi}_i, \tilde{\varphi}_j \right)_S$ verwendet.

A.3 Herleitung der Lösung des linearen Gleichungssystems zur Bestimmung der Entwicklungskoeffizienten in der Gappy-POD

Wir starten mit dem linearen Gleichungssystem:

$$\mathbf{B} \tilde{\vec{a}}_n = \vec{f}_n$$

und nutzen im Folgenden die Hermitezität der Eigenfunktionsmatrix \mathbf{B} aus.

Sei $\mathbf{B} \vec{v}_n = \mu_n \vec{v}_n$ die Eigenwertgleichung der hermiteschen Matrix \mathbf{B} . Die Eigenvektoren zu verschiedenen Eigenwerten μ_n sind dann orthogonal. Zusätzlich seien die \vec{v}_n normiert und bei Entartung der Eigenwerte ggf. per Gram-Schmidt orthogonalisiert, so dass die

$\{\vec{v}_n\}$ ein vollständiges Orthonormalsystem bilden. Die Matrix \mathbf{B} ist immer diagonalisierbar und mithin auch invertierbar. Diese Eigenschaften werden im Folgenden ausgenutzt:

$$\begin{aligned}\mathbf{B} \tilde{\vec{a}} &= \vec{f} \\ \Longleftrightarrow \quad \tilde{\vec{a}} &= \mathbf{B}^{-1} \vec{f} \\ &= \sum_n \mathbf{B}^{-1} (\vec{f}, \vec{v}_n) \vec{v}_n \\ &= \sum_n \mathbf{B}^{-1} \vec{v}_n (\vec{f}, \vec{v}_n) \\ &= \sum_n \frac{1}{\mu_n} \vec{v}_n (\vec{f}, \vec{v}_n) \\ &= \sum_n \frac{1}{\mu_n} (\vec{f}, \vec{v}_n) \vec{v}_n\end{aligned}$$

Das ist die gesuchte Lösung 3.47.

Zusätzliche Diagramme und Illustrationen

B.4 Gemessenes Transmissionsverhalten des optischen Bandpassfilters

In Abschnitt 3.2.1 auf Seite 19 wird beschrieben, wie ein Bandpassfilter eingesetzt werden kann, um frequenzverschobenes Streulicht zu eliminieren. In Abbildung B.1 ist dazu das gemessene Transmissionsverhalten des verwendeten Bandpassfilters dargestellt.

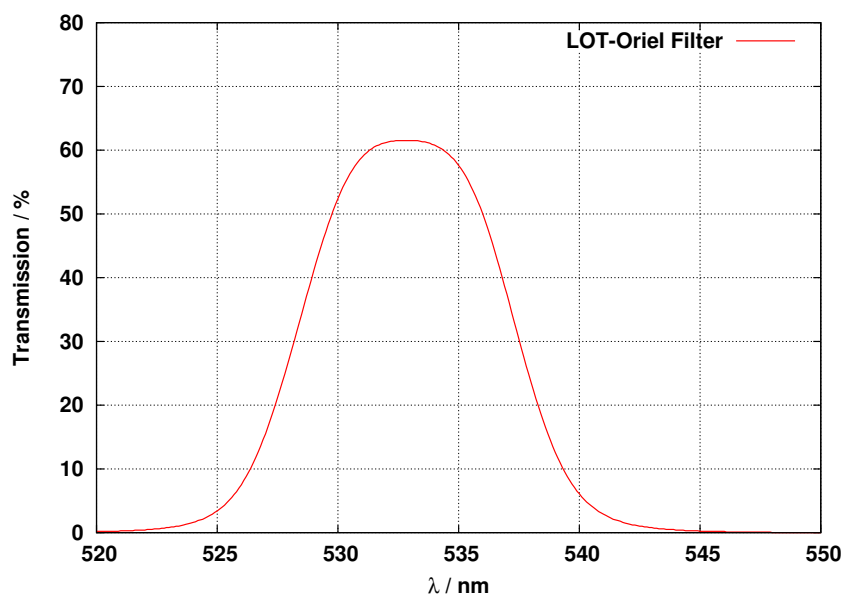


Abbildung B.1: Transmissionskurve des verwendeten Bandpassfilters. Das Maximum liegt bei ca. 533nm.

B.5 POD–Basisfunktionen des Einzelzylinders

Als Test der implementierten POD–Schnappschuss–Methode (Abschn. 3.4.3) wurden die Geschwindigkeitsfluktuationen eines querangeströmten Einzelzylinders untersucht. Der Zylinder hat einen Durchmesser von $D = 20\text{mm}$ und befindet sich in einem 20mm breiten Kanal, d.h. $h_{1/2} = 10\text{mm}$. Die Geschwindigkeiten wurden in der Symmetrie–Ebene bei $z/h_{1/2} = 1$ parallel zur Wand mit der PIV–Methode gemessen. Es wurde ein Ensemble von 200 Geschwindigkeitsfeldern ausgewertet. Die Reynolds–Zahl bezogen auf den Zylinderdurchmesser betrug $\text{Re}_{\text{dh}} = 2650$.

Hinter dem Zylinder bildet sich die charakteristische Kármánsche Wirbelstraße aus. In der POD–Analyse erkennt man, dass sich das Phänomen der periodischen Wirbelablösung in den turbulenten Fluktuationen aus verschiedenen Wirbeln zusammensetzt (vgl. Abb. B.2). Je mehr der Index der Basisfunktionen $\vec{\varphi}_n$ steigt, desto feiner werden die Wirbelstrukturen.

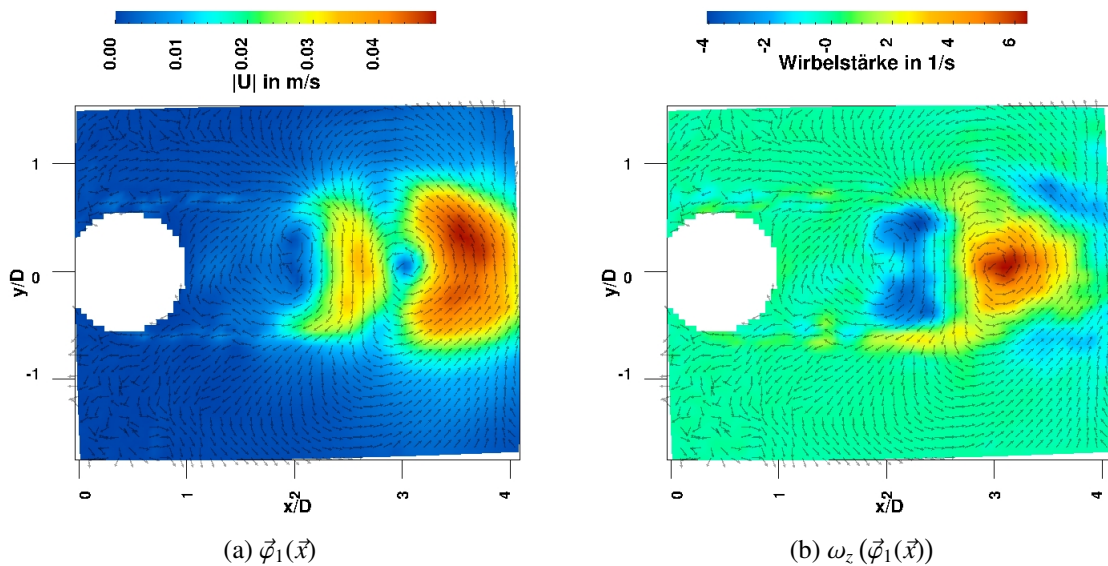


Abbildung B.2: Zusammenstellung der Basisfunktionen aus einer POD–Analyse der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen $\vec{u}(\vec{x})$ des querangeströmten Einzelzylinders: In der linken Spalte ist der Geschwindigkeitsbetrag und in der rechten die Verteilung der lokalen Wirbelstärke dargestellt. (Fortsetzung auf den nächsten Seiten)

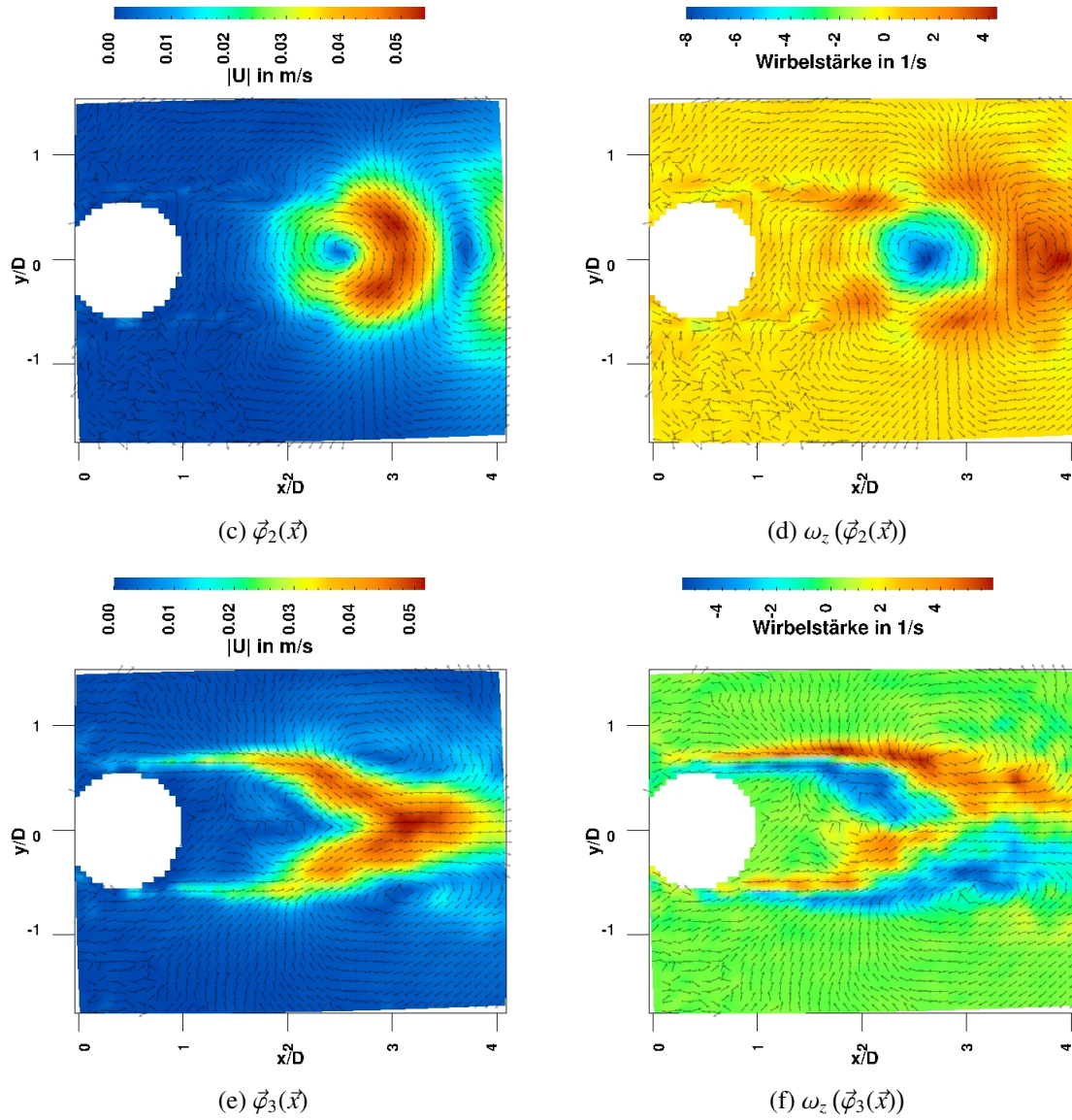


Abbildung B.2: Zusammenstellung der Basisfunktionen aus einer POD-Analyse des querangeströmten Einzelzylinders (Fortsetzung 1)

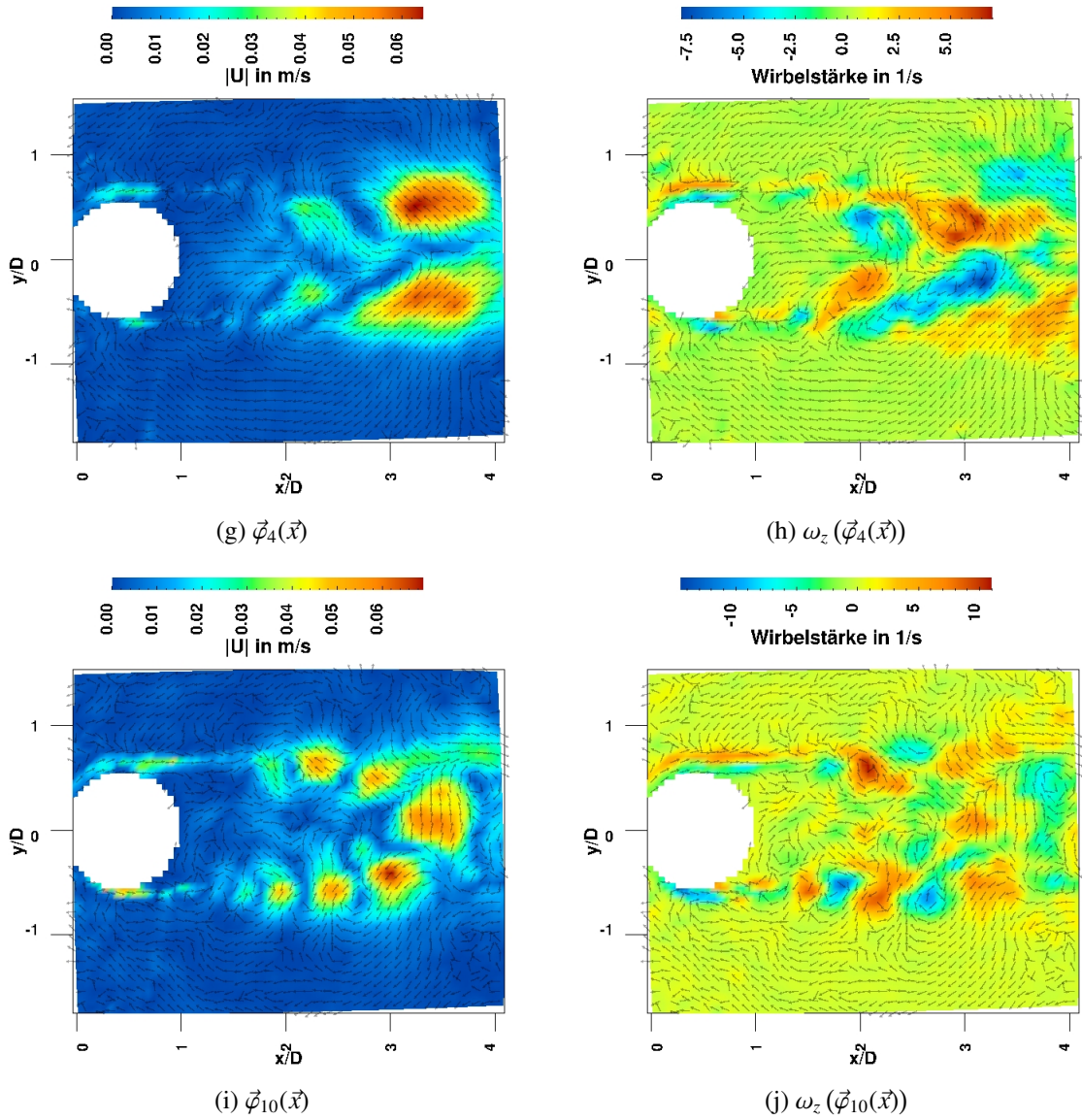


Abbildung B.2: Zusammenstellung der Basisfunktionen aus einer POD–Analyse des querangeströmten Einzelzylinders (Fortsetzung 2)

B.6 Die ersten beiden POD-Basisfunktionen der Hufeisenwirbel-Messung in der Rohrbündel-Geometrie

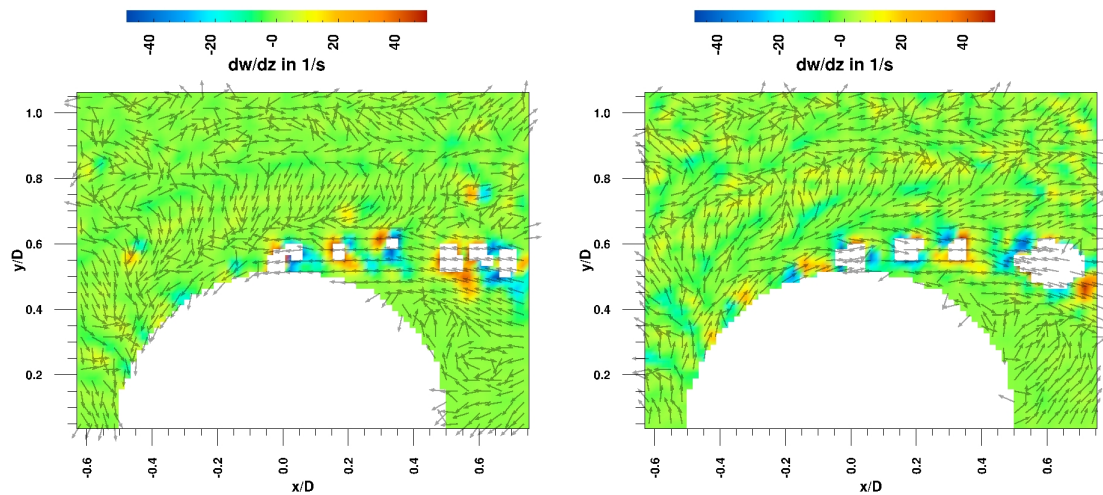


Abbildung B.3: Verteilung von $\partial w / \partial z$ der ersten (links) und zweiten (rechts) POD-Basisfunktion der Hufeisenwirbel-Messung bei $Re_{dh} = 6000$ und einem Wandabstand von $z/h_{1/2} = 0, 1$

B.7 Wirbelstärke der POD–Basisfunktionen im Flachrohr–Wärmeübertrager

In Abschnitt 5.3.2 wurde die POD–Zerlegung benutzt, um mit einer begrenzten Anzahl an Basisfunktionen die gemessenen Geschwindigkeitsfelder an der letzten Rohrreihe des Flachrohrwärmeübertragers zu approximieren bzw. zu rekonstruieren. Hier wird die Verteilung der lokalen Wirbelstärke ω_z von ausgewählte Basisfunktionen dargestellt (Abb. B.4).

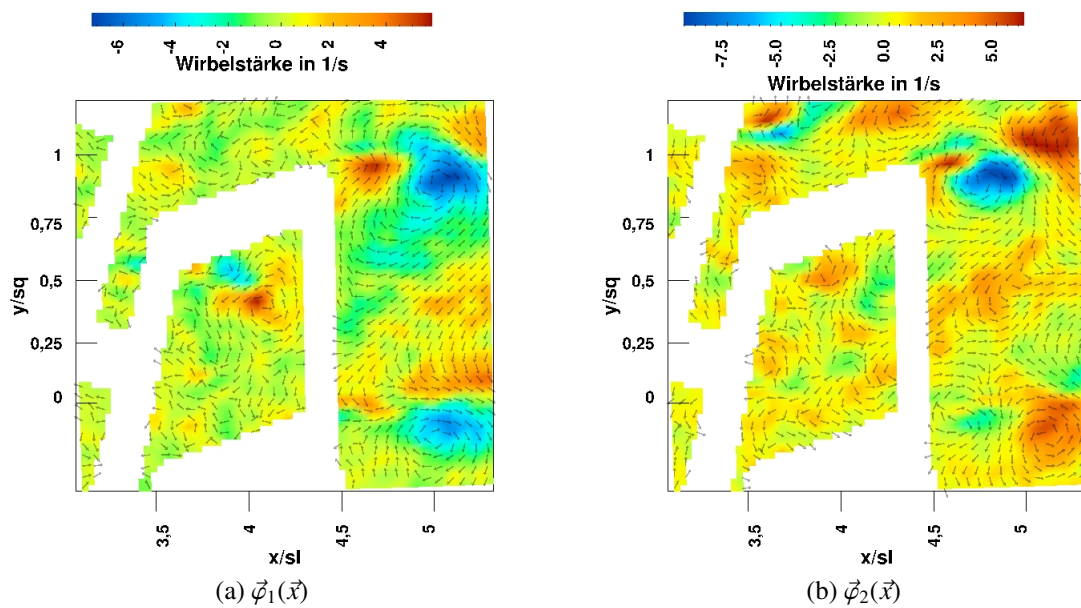


Abbildung B.4: Zusammenstellung der Basisfunktionen aus einer POD–Analyse der Flachrohr–Geometrie: Es ist die Verteilung der lokalen Wirbelstärke im Bereich der letzten Rohrreihe der dargestellt. (Fortsetzung auf nächster Seite)

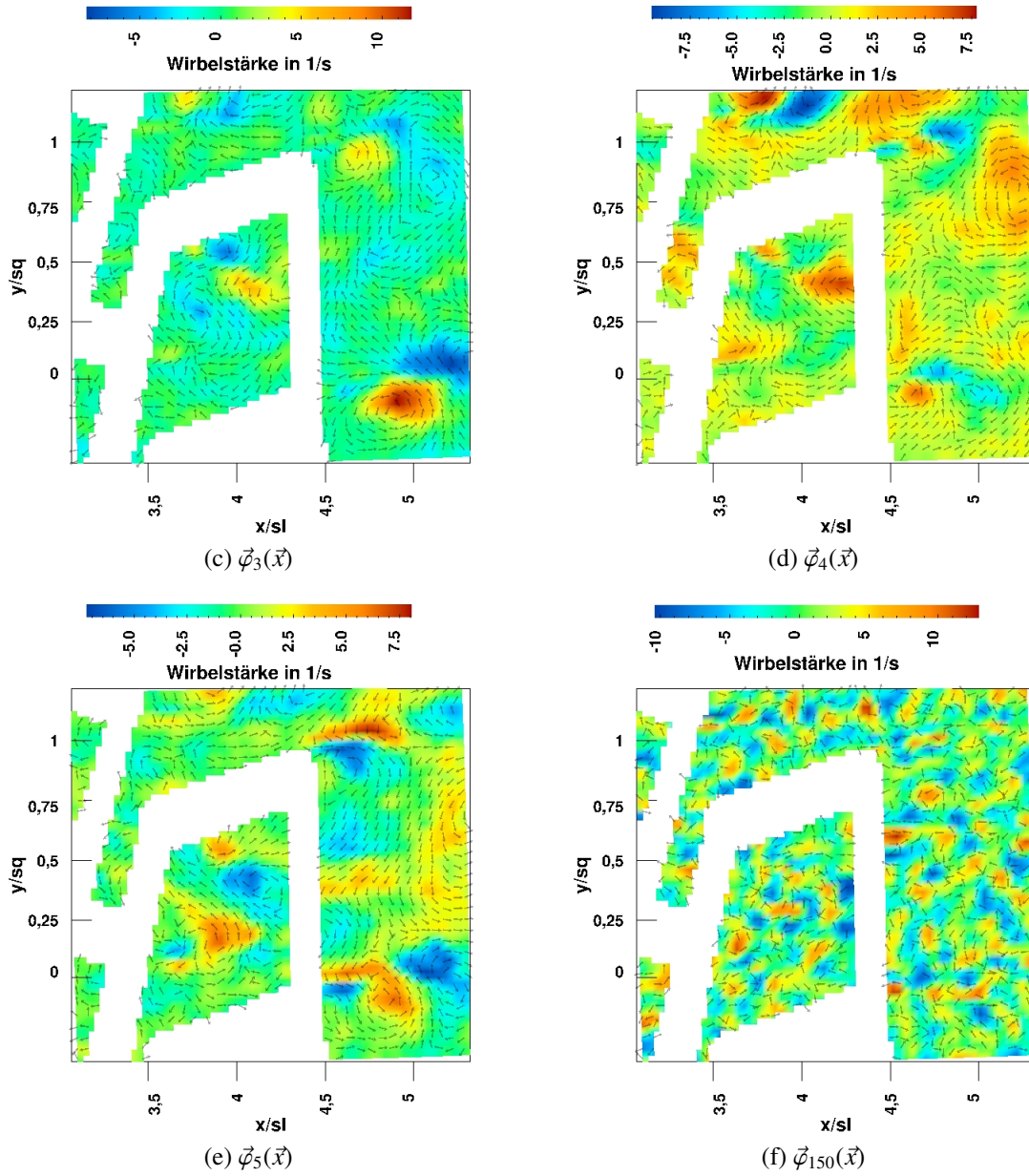


Abbildung B.4: Zusammenstellung der Basisfunktionen aus einer POD-Analyse der Flachrohr-Geometrie (Fortsetzung)

B.8 Relief-Darstellung des Wärmeübergangs an einem Rohr der ersten Rohrreihe im Rohrbündel-Wärmeübertrager

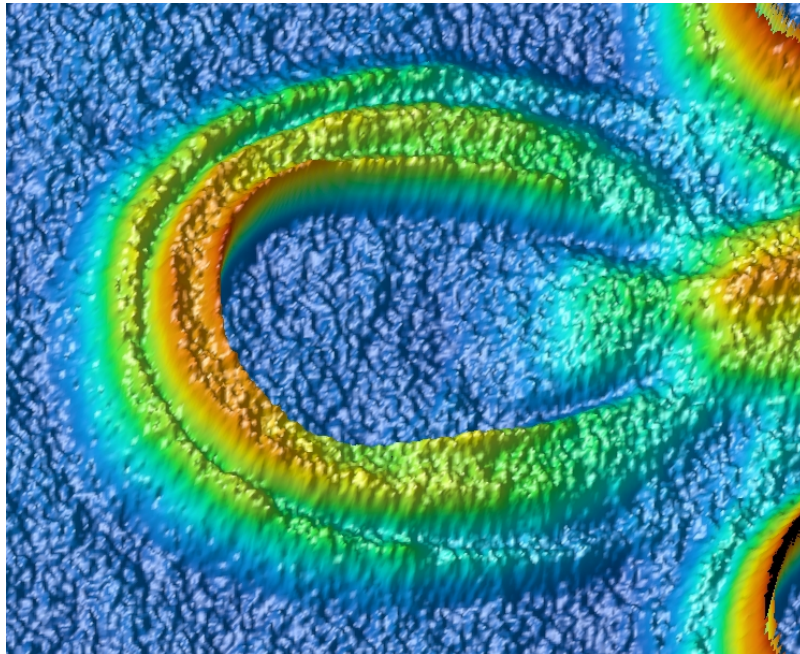


Abbildung B.5: Höhenprofil des Wärmeübergangs: Die Größe des Wärmeübergangs $Nu(x, y)$ ist in dieser Darstellung zum einen als Höheninformation enthalten und zum anderen als Farbinformation. Große, rötlich gefärbte Erhebungen entsprechen großen Nu -Werten, Bereiche geringer Höhe und blauer Einfärbung visualisieren einen kleinen Wärmeübergang.